المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2019
- الموضوع -

NS22

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل و المتتاليات العددية	11 نقطة

$\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A(1,-1,-1)$ و $B(0,-2,1)$ و $C(1,-2,0)$

1) أ) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$	0.75
ب) استنتج أن $x+y+z+1=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)	0.5
2) لتكن (S) الفلكة التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z+1=0$	
بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2,-1,1)$ و أن شعاعها هو $R=\sqrt{5}$	0.75
3) أ) أحسب $d(\Omega,(ABC))$ مسافة النقطة Ω عن المستوى (ABC)	0.5
ب) استنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) (تحديد مركز وشعاع (Γ) غير مطلوب)	0.5

التمرين الثاني (3 نقط) :

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$	0.75
2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=1-i\sqrt{3}$ و $b=2+2i$ و $c=\sqrt{3}+i$ و $d=-2+2\sqrt{3}$	
أ) تحقق أن $a-d=-\sqrt{3}(c-d)$	0.5
ب) استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .	0.25
3) ليكن z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{-\pi}{3}$	
تحقق أن $z'=\frac{1}{2}az$	0.5
4) لتكن H صورة النقطة B بالدوران R ، و h لحقها ، و P النقطة التي لحقها p حيث $p=a-c$	
أ) تحقق أن $h=ip$	0.5
ب) بين أن المثلث OHP قائم الزاوية و متساوي الساقين في O	0.5

التمرين الثالث (3 نقط) :

يحتوي صندوق على عشر كرات : ثلاث كرات خضراء و ست كرات حمراء و كرة واحدة سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس .

نسحب عشوائيا و تآنيا ثلاث كرات من الصندوق .

نعتبر الأحداث التالية : A : " الحصول على ثلاث كرات خضراء "

و B : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون "

و C : " الحصول على كرتين على الأقل من نفس اللون "

1) بين أن : $p(A)=\frac{1}{120}$ و $p(B)=\frac{7}{40}$	2
2) أحسب $p(C)$	1

المسألة (11 نقطة) :

الجزء الأول :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة 1cm)

0.5	1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا
0.25	2) أ) تحقق أن لكل x من المجال $]0,+\infty[$: $f(x)=x+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\ln x-1\right)\ln x$
0.5	ب) استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
0.5	ج) بين لكل x من المجال $]0,+\infty[$: $\frac{(\ln x)^2}{x}=4\left(\frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$ ثم استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$
0.75	د) بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ اتجاهه المقارب المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$
0.5	3) أ) بين أن لكل x من $]0,1]$: $(x-1)+\ln x\le 0$ و أن لكل x من $[1,+\infty[$: $(x-1)+\ln x\ge 0$
1	ب) بين أن لكل x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x-1+\ln x}{x}$
0.5	ج) ضع جدول تغيرات الدالة f
0.5	4)أ) بين أن $f''(x)=\frac{2-\ln x}{x^2}$ لكل x من $]0,+\infty[$
0.5	ب) استنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يتم تحديد زوج إحداثيتيها
0.5	5) أ) بين أن لكل x من $]0,+\infty[$ ، $f(x)-x=\frac{1}{2}(\ln x-1)^2$ و استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ)
1	ب) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$
0.5	6) أ) بين أن الدالة $H:x\mapsto x\ln x-x$ هي دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \ln x$ على المجال $]0,+\infty[$
0.75	ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_1^e(\ln x)^2dx=e-2$
0.5	ج) احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$

الجزء الثاني :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$

0.5	1) أ) بين بالترجع أن لكل n من $I\!N$ $1\le u_n\le e$
0.5	ب) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية
0.5	ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة
0.75	2) أحسب نهاية المتتالية (u_n)