

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا 2015 - الدورة الاستدراكية -

الشعب (ة) أو المسلك: شعبة العلوم التجريبية بمسالكها

مادة الرياضيات

تمرين رقم 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_n = 4$ و $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 3$ لكل n من IN

- 1- بين بالترجع أن $u_n < 5$ لكل n من IN
- 2- تحقق من أن $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{5}(5 - u_n)$ لكل n من IN ثم استنتج أن المتتالية (u_n) تزايدية .
- 3- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4- لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث $v_n = 5 - u_n$ لكل n من IN

- أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n
- ب- استنتج أن $u_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من IN واحسب نهاية المتتالية (u_n) .

تمرين رقم 2

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته $2x - z - 2 = 0$ والكرة

(S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$

- 1- بين أن مركز الكرة (S) هو النقطة $\Omega(-1, 0, 1)$ وأن شعاعها هو 3
- 2- أ- أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P)
- ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الكرة (S) وفق دائرة (Γ)
- 3- بين أن شعاع الدائرة (Γ) هو 2 و حدد مثلوث إحداثيات النقطة H مركز الدائرة (Γ)

تمرين رقم 3

1- أ- حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 8z + 32 = 0$

ب- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 4 + 4i$

اكتب العدد العقدي a على الشكل المثلث ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب .

2- نعتبر في المستوى العقدي إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي

a و b و c بحيث $a = 4 + 4i$ و $b = 2 + 3i$ و $c = 3 + 4i$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن $z' = iz + 7 + i$

ب- تحقق من أن d لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $3 + 5i$

ج- بين أن مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z - 4 - 4i| = |z - 3 - 5i|$ هي المستقيم (BC)

تمرين رقم 4

يحتوي صندوق على 5 بيدقتان بيضاوان و بيدقتان خضروان و بيدقة حمراء واحدة (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث بيدقات من الصندوق .

1- ليكن A الحدث : «البيدقات الثلاث المسحوبة من نفس اللون» .

$$- \text{ بين أن } p(A) = \frac{17}{125}$$

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد البيدقات البيضاء المسحوبة .

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

تمرين رقم 5

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - x + x \ln x$

1-أ- بين أن $g'(x) = \ln x$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- بين أن الدالة g تناقصية على $]0, 1[$ و تزايدية على $]1, +\infty[$

2- أحسب $g(1)$ و استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2 \ln x}{x}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : $1cm$)

1- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ و أول هندسيا النتيجة

(لحساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ لاحظ أن $f(x) = \frac{3x^2 - 1 - 2x \ln x}{x^2}$ لكل x من $]0, +\infty[$)

2- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ و استنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3-أ- بين أن $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- أول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$

ج- بين أن الدالة f تزايدية على $]0, +\infty[$

4- أنشئ ، في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما 1 و أفصول

الأخرى محصور بين 2 و 2.5 و نأخذ $(f(0,3) = 0)$

5-أ- بين أن $\int_1^e \frac{2 \ln x}{x} dx = 1$

ب- أحسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما

$$x=e \text{ و } x=1$$

6- لتكن h الدالة العددية المعرفة على IR^* بما يلي : $h(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(x^2)}{|x|}$

أ- بين أن الدالة h زوجية و أن $h(x) = f(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$

ب- أنشئ ، في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) ، المنحنى (C) الممثل للدالة h .