

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2014
الموضوع

NS 22

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعبة أو المسلك

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من أربعة تمارين و مسألة مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	المتتاليات العددية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة وحساب التكامل	8 نقط

- بالنسبة للمسألة ، In يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $A(0, 3, 1)$ و $B(-1, 3, 0)$

و $C(0, 5, 0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$

1) أ- بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ واستنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية 0.75

ب- بين أن $2x - y - 2z + 5 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 0.5

2) أ- بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة $\Omega(2, 0, 0)$ و أن شعاعها هو 3 0.5

ب- بين أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) 0.75

ج- حدد مثلث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) و الفلكة (S) 0.5

التمرين الثاني : (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$ 0.75

2) نعتبر العدد العقدي $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$

أ- بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ و أن $\arg u \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ 0.5

ب- باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي، بين أن u^6 عدد حقيقي 0.75

3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطتين A و B اللتين

لحاقهما على التوالي هما a و b بحيث $a = 4 - 4i\sqrt{3}$ و $b = 8$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- عبر عن z' بدلالة z 0.5

ب - تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R و استنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 13$ و $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 7$ لكل n من IN

1) بين بالترجع أن $u_n < 14$ لكل n من IN 0.75

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n = 14 - u_n$ لكل n من IN

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم اكتب v_n بدلالة n 1

ب- استنتج أن $u_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75

ج- حدد أصغر قيمة للعدد الصحيح الطبيعي n التي يكون من أجلها $u_n > 13,99$ 0.5

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي كيس على تسع بيدات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل الأعداد : 0 و 0 و 0 و 0 و 1 و 1 و 1 و 1 و 1 (1) نسحب عشوائيا و في آن واحد بيداتين من الكيس ليكن A الحدث : " مجموع العددين اللذين تحملهما البيداتين المسحوبتين يساوي 1 "

بين أن $p(A) = \frac{5}{9}$

(2) نعتبر اللعبة التالية : يسحب سعيد عشوائيا و في آن واحد بيداتين من الكيس و يعتبر فائزا إذا سحب بيداتين تحمل كل واحدة منهما العدد 1

أ- بين أن احتمال فوز سعيد هو $\frac{1}{6}$

ب- لعب سعيد اللعبة السابقة ثلاث مرات (يعيد سعيد البيداتين المسحوبتين إلى الكيس في كل مرة) ما هو الاحتمال لكي يفوز سعيد مرتين بالضبط ؟

المسألة : (8 ن)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$

(1) بين أن $g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ و استنتج أن الدالة g تزايدية على $]0, +\infty[$

(2) تحقق من أن $g(1) = 0$ ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من $]0, 1[$ و $g(x) \geq 0$ لكل x من $]1, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = (1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x^2}$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 1 cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و أول هندسيا النتيجة

(2) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 + \ln x)^2}{x} = 0$ (يمكنك وضع $t = \sqrt{x}$) ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

ج- حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

(3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة f تناقصية على $]0, 1[$

و تزايدية على $]1, +\infty[$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن $f(x) \geq 2$ لكل x من $]0, +\infty[$

(4) أنشئ (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة تحديدها غير مطلوب)

(5) نعتبر التكاملين I و J التاليين : $I = \int_1^e (1 + \ln x) dx$ و $J = \int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$

أ- بين أن $H : x \mapsto x \ln x$ دالة أصلية للدالة $h : x \mapsto 1 + \ln x$ على $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن $I = e$

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن $J = 2e - 1$

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = e$ و $x = 1$