

# أجوبة امتحان الدورة العادية 2013

## التمرين الأول

### 1 أ

لدينا :  $\begin{cases} A(-1; 1; 0) \\ B(1; 0; 1) \\ O(0; 0; 0) \end{cases}$  إذن :  $\begin{cases} \overrightarrow{OA}(-1; 1; 0) \\ \overrightarrow{OB}(1; 0; 1) \end{cases}$

و منه :  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$$

لكن  $M(x; y; z)$  نقطة من المستوى  $(OAB)$ .  
نعلم أن المتجهة  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$  متجهة منطوية على المستوى  $(OAB)$ .

إذن فهي عمودية على جميع متجهات المستوى  $(OAB)$   
إذن المتجهتان  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$  و  $\overrightarrow{OM}$  متعامدان  
يعني ، باستعمال الجداء السلمي :  $\overrightarrow{OM} \cdot (\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}) = 0$

أي :  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$  يعني :  $x + y - z = 0$



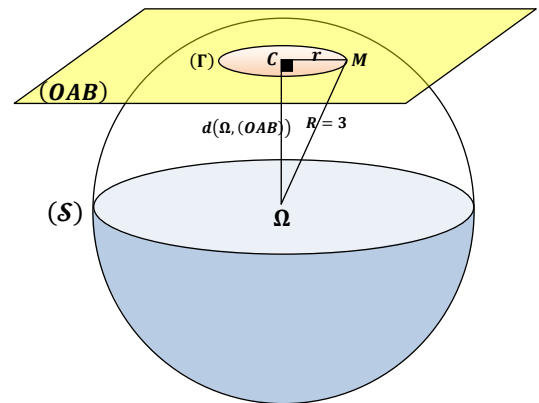
و هذه الكتابة الأخيرة تميز نقط المستوى  $(OAB)$   
إذن فهي معادلة ديكارتية للمستوى  $(OAB)$ .

### 1 ب

لدينا  $\Omega(1; 1; -1)$  و  $(OAB) : x + y - z = 0$

إذن :  $d(\Omega, (OAB)) = \frac{|1 + 1 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

و نعلم أن  $(S)$  فلكة مركزها  $\Omega$  و شعاعها  $R = 3$ .  
نلاحظ إذن أن :  $\sqrt{3} < 3$  يعني :  $d(\Omega, (OAB)) < \text{Rayon}(S)$   
إذن المستوى  $(OAB)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$  مركزها  $C$  و شعاعها  $r$ .  
لتحديد قيمة الشعاع  $r$  نستعين بالشكل التالي :



من خلال هذا الشكل نلاحظ أن :  $(\Omega C) \perp (OAB)$  إذن :  $(\Omega C) \perp (CM)$   
نستطيع إذن تطبيق مبرهنة فيثاغورس في  $\Omega CM$  المثلث القائم الزاوية في  $C$

إذن :  $\Omega M^2 = \Omega C^2 + CM^2$   
يعني :  $3^2 = (\sqrt{3})^2 + r^2$  يعني :  $r = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$

### 2 أ

ليكن  $(\Delta)$  المستقيم المار من  $\Omega$  و العمودي على المستوى  $(OAB)$ .  
و لتكن  $M(x; y; z)$  نقطة من  $(\Delta)$ .  
بما أن  $(\Delta)$  عمودي على  $(OAB)$  و  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$  منطوية على  $(OAB)$   
فإن أي متجهة موجهة لـ  $(\Delta)$  تكون مستقيمة مع المتجهة  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ .  
لدينا  $\overrightarrow{\Omega M}$  متجهة موجهة للمستقيم  $(\Delta)$ .

إذن المتجهتان  $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$  و  $\overrightarrow{\Omega M}$  مستقيمتان.  
يعني :  $(\exists t \in \mathbb{R}) ; \overrightarrow{\Omega M} = t(\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB})$

أي :  $(\exists t \in \mathbb{R}) ; \begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \\ z+1 \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

يعني :  $(\Delta) : \begin{cases} x-1 = t \\ y-1 = t \\ z+1 = -t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$

يعني :  $(\Delta) : \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+1 \\ z = -t-1 \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$

و هذه الكتابة الأخيرة عبارة عن تمثيل بارامتري للمستقيم  $(\Delta)$ .

### 2 ب

بما أن  $(\Delta)$  مار من  $\Omega$  و عمودي على  $(OAB)$  فإن  $(\Delta)$  و  $(\Omega C)$  منطبقان  
يعني :  $C(\alpha; \beta; \gamma) \in (\Delta)$

و لدينا من جهة ثانية :  $C(\alpha; \beta; \gamma) \in (OAB)$

نحصل إذن على النظمة التالية :

و نعلم أن :  $(\Delta) : \begin{cases} x = t+1 \\ y = t+1 \\ z = -t-1 \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})$   
 $(OAB) : x + y - z = 0$

إذن نعوض  $x$  و  $y$  و  $z$  بالمجاهيل  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  نجد :  $\begin{cases} \alpha = 1+t \\ \beta = 1+t \\ \gamma = -1-t \\ \alpha + \beta - \gamma = 0 \end{cases}$

نعوض بعد ذلك  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  بالتعابير التي تضم البارامتر  $t$  في آخر معادلة  
نجد :  $(1+t) + (1+t) - (-1-t) = 0$   
و نحل هذه المعادلة الظرفية من الدرجة الأولى بمجهول واحد نجد :

$3t + 3 = 0$  أي :  $t = -1$   
نعوض  $t$  بالقيمة  $-1$  في تعابير  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  نجد :  $\begin{cases} \alpha = 1-1 = 0 \\ \beta = 1-1 = 0 \\ \gamma = -1+1 = 0 \end{cases}$

إذن النقطة  $C$  التي نبحث عنها ما هي إلا أصل المعلم .  
و بالتالي  $(\Gamma)$  دائرة مركزها  $O$  أصل المعلم .

## التمرين الثاني

### 1 أ

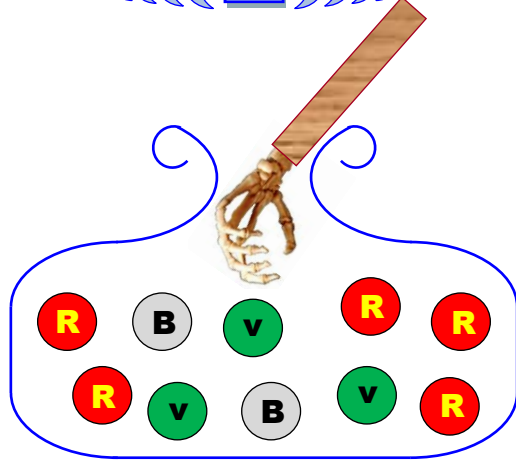
$(1+i)(-3+6i) = -3+6i-3i-6 = -9+3i$

الهدف من هذه المتساوية هو توظيفها أثناء حساب  $\frac{c-a}{b-a}$

$\frac{c-a}{b-a} = \frac{(-2+5i)-(7+2i)}{(4+8i)-(7+2i)} = \frac{-9+3i}{-3+6i}$   
 $= \frac{(1+i)(-3+6i)}{(-3+6i)} = (1+i)$

### التمرين الثالث

1



عندما نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من صندوق يحتوي على 10 كرات فإنه توجد  $C_{10}^4$  نتيجة ممكنة .

يعني :  $card(\Omega) = C_{10}^4 = 210$

بحيث  $\Omega$  هو كون امكانيات هذه التجربة العشوائية .

$$p(A) = p \left( \begin{array}{l} \text{كرتان} \\ \text{حمرائين} \\ \text{و كرتان} \\ \text{خضراوين} \end{array} \right) = \frac{card \left( \begin{array}{l} \text{كرتان} \\ \text{حمرائين} \\ \text{و كرتان} \\ \text{خضراوين} \end{array} \right)}{card(\Omega)}$$

$$= \frac{C_5^2 \times C_3^2}{210} = \frac{10 \times 3}{210} = \frac{1}{7}$$

$$p(B) = p \left( \begin{array}{l} \text{لا توجد أية} \\ \text{كرة بيضاء} \\ \text{مما سحبناه} \end{array} \right)$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{لا توجد أية} \\ \text{كرة بيضاء} \\ \text{مما سحبناه} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{توجد على الأقل} \\ \text{كرة بيضاء من} \\ \text{بين الكرات} \\ \text{الأربع المسحوبة} \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{l} \text{كرة بيضاء} \\ \text{واحدة و ثلاث} \\ \text{كرات غير ذلك} \end{array} \right) \text{ أو } \left( \begin{array}{l} \text{كرتان بيضاوين} \\ \text{و كرتان تخالفان} \\ \text{اللون الأبيض} \end{array} \right)$$

$$p \left( \begin{array}{l} \text{توجد على الأقل} \\ \text{كرة بيضاء من} \\ \text{بين الكرات} \\ \text{الأربع المسحوبة} \end{array} \right) = p \left( \begin{array}{l} \text{كرة بيضاء} \\ \text{واحدة و ثلاث} \\ \text{كرات غير ذلك} \end{array} \right) + p \left( \begin{array}{l} \text{كرتان بيضاوين} \\ \text{و كرتان تخالفان} \\ \text{اللون الأبيض} \end{array} \right)$$

$$= \frac{C_2^1 \times C_8^3}{210} + \frac{C_2^2 \times C_8^2}{210} = \frac{2 \times 56}{210} + \frac{28}{210} = \frac{2}{3}$$

$$p(B) = 1 - p(\bar{B}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

2

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ( يعني سحب أربع كرات في آن واحد ) بعدد الكرات المسحوبة .

يضم الصندوق كرتين بيضاوين و 8 كرات تخالف اللون الأبيض .

إذن عندما نسحب في آن واحد أربع كرات فإنه يُحتمل الحصول على كرات كلها تخالف الأبيض ، أو الحصول على كرة بيضاء واحدة و الباقي يخالف الأبيض ، أو الحصول على كرتين بيضاوين و كرتين غير ذلك .

إذن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي هي : 0 و 1 و 2

أو بتعبير أجمل :  $X(\Omega) = \{0; 1; 2\}$

1 ب

$$\left| \frac{c-a}{b-a} \right| = |1+i| \quad \text{إذن} \quad \frac{c-a}{b-a} = 1+i$$

$$\frac{|c-a|}{|b-a|} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \quad \text{يعني}$$

$$|c-a| = \sqrt{2} \cdot |b-a| \quad \text{إذن}$$

$$AC = \sqrt{2} \cdot AB \quad \text{أي}$$

$$\frac{c-a}{b-a} = 1+i \quad \text{لدينا ، جهة ثانية ،}$$

لنكتب العدد العقدي  $(1+i)$  على الشكل المثلثي :

$$(1+i) = \sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$= \sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$\frac{c-a}{b-a} = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} \quad \text{إذن}$$

$$\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) \equiv \arg\left(\sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}\right) [2\pi]$$

$$\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \quad \text{يعني}$$

$$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi] \quad \text{أي}$$

إذن قياس الزاوية الموجهة  $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$  هو  $\frac{\pi}{4}$  .

2 أ

$$\mathcal{R}_B \left( \frac{\pi}{2} \right) : (\mathcal{P}) \mapsto (\mathcal{P})$$

$$M(z) \mapsto M'(z')$$

ننتقل من المعطى :  $\mathcal{R}(A) = D$

إذن حسب التعريف العقدي للدوران نكتب :

$$(aff(D) - aff(B)) = e^{i\frac{\pi}{2}} (aff(A) - aff(B))$$

$$(d-b) = e^{i\frac{\pi}{2}} (a-b) \quad \text{يعني}$$

$$d-4-8i = i(7+2i-4-8i) \quad \text{يعني}$$

$$d = 7i-2-4i+8+4+8i \quad \text{يعني}$$

$$d = 10+11i \quad \text{أي}$$

2 ب

$$\frac{d-c}{b-c} = \frac{(10+11i) - (-2+5i)}{(4+8i) - (-2+5i)}$$

$$= \frac{12+6i}{6+3i} = \frac{2(6+3i)}{(6+3i)} = 2$$

$$(d-c) = 2(b-c) \quad \text{و منه} \quad \frac{d-c}{b-c} = 2 \quad \text{إذن}$$

و باستعمال المتجهات نكتب :  $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CB}$

إذن النقط  $C$  و  $B$  و  $D$  نقط مستقيمية .

يمكن أن نجيب بطريقة أخرى مبينة كما يلي :

$$\arg\left(\frac{d-c}{b-c}\right) \equiv 0 [2\pi] \quad \text{إذن} \quad \frac{d-c}{b-c} = 2$$

$$\left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right) \equiv 0 [2\pi] \quad \text{يعني}$$

إذن النقط  $C$  و  $B$  و  $D$  نقط مستقيمية .

## 2 أ

ليكن  $n$  عنصرا من  $\mathbb{N}^*$ . لدينا :  $v_n = \frac{5}{5 - u_n}$

$$\text{إذن : } v_{n+1} = \frac{5}{5 - u_{n+1}} = 5 \times \left( \frac{1}{5 - u_{n+1}} \right)$$

$$= 5 \times \left( \frac{5 + (5 - u_n)}{5(5 - u_n)} \right) = \frac{5 + (5 - u_n)}{(5 - u_n)} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$$

إذن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = \frac{10 - u_n}{5 - u_n}$

ومنه :

$$v_{n+1} - v_n = \frac{10 - u_n}{5 - u_n} - \frac{5}{5 - u_n}$$

$$= \frac{10 - u_n - 5}{5 - u_n} = \frac{5 - u_n}{5 - u_n} = 1$$

## 2 ب

بما أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} - v_n = 1$

يعني :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_{n+1} = v_n + 1$

فإن :  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  متتالية حسابية أساسها 1.

إذن حددها العام  $v_n$  يكتب على الشكل :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = v_1 + (n - 1)1$$

لدينا :  $v_1 = \frac{5}{5 - u_1} = \frac{5}{5 - 0} = 1$

إذن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = 1 + (n - 1)1$

أي :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = n$

و بما أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; v_n = \frac{5}{5 - u_n}$

فإن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; n = \frac{5}{5 - u_n}$

يعني :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5n - nu_n = 5$

يعني :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; nu_n = 5n - 5$

يعني :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; u_n = 5 - \frac{5}{n}$

## 2 ج

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 5 - \frac{5}{n} \right) = 5 - \frac{5}{\infty} = 5 - 0 = 5$$

## التمرين الخامس

### 1

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2)^2 e^x = (+\infty - 2)^2 e^{+\infty}$$

$$= (+\infty) e^{+\infty} = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - 2)^2 e^x}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2)^2 \left( \frac{e^x}{x} \right)$$

$$= (+\infty)^2 \times (+\infty) = +\infty$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty \end{cases}$$

نحصل إذن على النهايتين التاليتين :

و من هاتين النهايتين نستنتج أن  $(\mathcal{E})$  يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتايب بجوار  $+\infty$ .

## 2 ب

لدينا الحدث  $[X = 1]$  هو الحصول بالضبط على كرة بيضاء واحدة و ثلاث كرات مخالفة للون الأبيض .

$$\text{إذن : } p[X = 1] = \frac{C_2^1 \times C_8^3}{210} = \frac{2 \times 56}{210} = \frac{8}{15}$$

نقصد بقانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  احتمال كل قيمة من قيم هذا المتغير العشوائي .

لدينا حسب السؤال (1) :  $p(B) = \frac{1}{3}$  إذن :  $p[X = 0] = \frac{1}{3}$

يكفي الآن أن نحسب  $p[X = 2]$

الحدث  $[X = 2]$  هو الحصول بالضبط على كرتين بيضاوين و كرتين تخالفين الأبيض

$$\text{إذن : } p[X = 2] = \frac{C_2^2 \times C_8^2}{210} = \frac{28}{210} = \frac{2}{15}$$

و بالتالي قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  هو التطبيق  $P_X$  المعروف بما يلي :

$$P_X : \{0; 1; 2\} \mapsto [0; 1]$$

$$0 \mapsto P_X(0) = \frac{1}{3}$$

$$1 \mapsto P_X(1) = \frac{8}{15}$$

$$2 \mapsto P_X(2) = \frac{2}{15}$$

و للتأكد من صحة الجواب يجب أن نتحقق من أن :

$$P_X(0) + P_X(1) + P_X(2) = 1$$

## التمرين الرابع

### 1

ليكن  $n \in \mathbb{N}^*$ . لدينا :

$$5 - u_{n+1} = 5 - \frac{25}{10 - u_n} = \frac{50 - 5u_n - 25}{10 - u_n}$$

$$= \frac{25 - 5u_n}{10 - u_n} = \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$$

لنبين بالترجع صحة العبارة  $(P_n)$  المعرفة بما يلي :

$$(P_n) : (\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_n > 0$$

لدينا :  $5 - u_n > 0$  يعني  $5 - 0 > 0$

إذن العبارة  $(P_1)$  صحيحة .

نفترض أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_n > 0$

إذن الكمية  $(5 - u_n)$  كمية موجبة قطعاً .

و منه فإن الكميتان  $5 + (5 - u_n)$  و  $5(5 - u_n)$  موجبتان قطعاً .

إذن  $\frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)}$  كمية موجبة قطعاً باعتبارها خارج كميتين موجبتين قطعاً

أي :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; \frac{5(5 - u_n)}{5 + (5 - u_n)} > 0$

أي :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_{n+1} > 0$

إذن العبارة  $(P_{n+1})$  صحيحة .

نحصل إذن على ما يلي :  $\left\{ \begin{array}{l} (P_1) \text{ est vraie} \\ (P_n) \text{ implique } (P_{n+1}) ; (\forall n \in \mathbb{N}^*) \end{array} \right.$

إذن حسب مبدأ الترجع :  $(P_n) \text{ est toujours vraie}$

أي :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - u_n > 0$

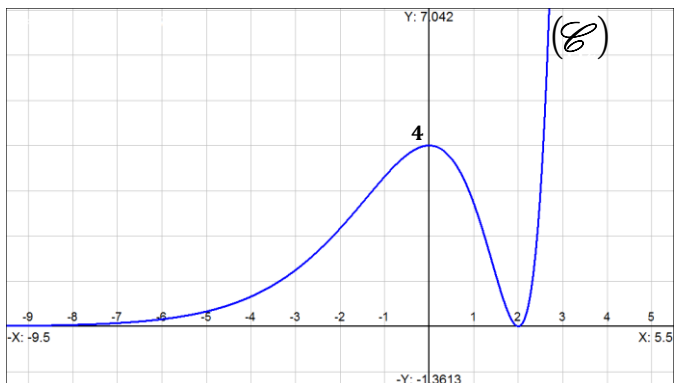


**4 أ**

ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$ . لدينا :  $f'(x) = x(x-2)e^x$   
 إذن :  $f''(x) = (x-2)e^x + xe^x + x(x-2)e^x$   
 ملاحظة :  $(uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$   
 وبالتالي :  $f''(x) = (x^2-2)e^x$  ;  $(\forall x \in \mathbb{R})$

ونعلم أن :  $e^x > 0$  ;  $(\forall x \in \mathbb{R})$   
 إذن إشارة  $f''(x)$  تتعلق فقط بإشارة  $(x^2-2)$  ونلاحظ أن يقبل  
 نقطتي انعطاف أفصولا هما حلا المعادلة  $x^2-2=0$   
 يعني :  $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})=0$   
 أي :  $x = \sqrt{2}$  أو  $x = -\sqrt{2}$ .  
 إذن المنحنى يقبل نقطتي انعطاف أفصولا هما  $-\sqrt{2}$  و  $\sqrt{2}$ .

**4 ب**



**5 أ**

نعتبر الدالة  $H$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $H(x) = (x-1)e^x$   
 نلاحظ أن  $H$  دالة متصلة على  $\mathbb{R}$  لأنها عبارة عن تشكيلة منسجمة  
 من الدوال المتصلة على  $\mathbb{R}$ .

ولدينا :  $H'(x) = ((x-2)e^x)'$   
 $= e^x + (x-1)e^x = xe^x = h(x)$

إذن الدالة  $H$  دالة أصلية للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$ .

$$\int_0^1 \frac{x e^x}{u v'} dx = [uv]_0^1 - \int_0^1 u' v dx = [x e^x]_0^1 - [e^x]_0^1$$

$$= (e-0) - (e-1) = 1$$

**5 ب**

نحسب التكامل التالي باستعمال تقنية المكاملة بالأجزاء .

$$\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{u v'} dx = [x^2 e^x]_0^1 - \int_0^1 2x e^x dx$$

$$= [x^2 e^x]_0^1 - 2 \int_0^1 x e^x dx$$

$$= (e-0) - 2 \times 1 = e-2$$

إذن :  $\int_0^1 x^2 e^x dx = e-2$

**2 أ**

ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$ .  
 $f(x) = (x-2)^2 e^x = (x^2 - 4x + 4)e^x$   
 $= x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$

**2 ب**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x = 0$$

محور الأفاصيل مقارب أفقي للمنحنى  $(\mathcal{C})$  بجوار  $-\infty$   
 $0^+$   $0^-$   $0^+$

ملاحظة :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = \begin{cases} 0^+ & \text{si } n \text{ est pair} \\ 0^- & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$

**3 أ**

ليكن  $x$  عنصرا من  $\mathbb{R}$ .  
 لدينا :  $f(x) = (x-2)^2 e^x$   
 إذن :  $f'(x) = 2(x-2)e^x + (x-2)^2 e^x$   
 $= (x-2)e^x(2 + (x-2))$   
 $= (x-2)xe^x$

إذن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = x(x-2)e^x$

**3 ب**



لدينا :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = x(x-2)e^x$   
 نعلم أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) ; e^x > 0$   
 إذن إشارة  $f'(x)$  تتعلق بإشارتي  $x$  و  $(x-2)$   
 و يُبيّن الجدول التالي إشارة  $f'(x)$ .

$x$	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$x$	-	0	+	+	
$x-2$	-	-	0	+	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f$		4		$+\infty$	

إذن من خلال هذا الجدول نستنتج أن  $f$  تزايدية على كل من المجالين  $]-\infty; 0]$  و  $[2; +\infty[$  و تناقصية على المجال  $[0; 2]$ .



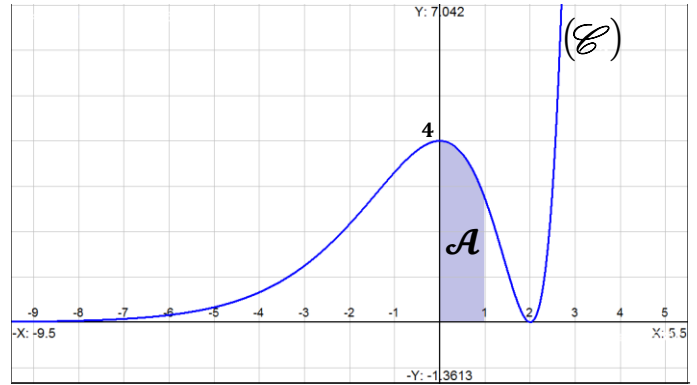


## 5

لتكن  $\mathcal{A}$  مساحة الجزء من المستوى المحصور بين المنحنى  $(\mathcal{C})$  ومحور الأفصائل والمستقيمين  $x=0$  و  $x=1$ .  
 نحسب  $\mathcal{A}$  باستعمال التكامل التالي :  $\mathcal{A} = \int_0^1 |f(x)| dx$   
 نعلم أن الدالة  $f$  تناقصية على  $[0; 2]$ .  
 إذن فهي تناقصية على المجال  $[0; 1]$ .

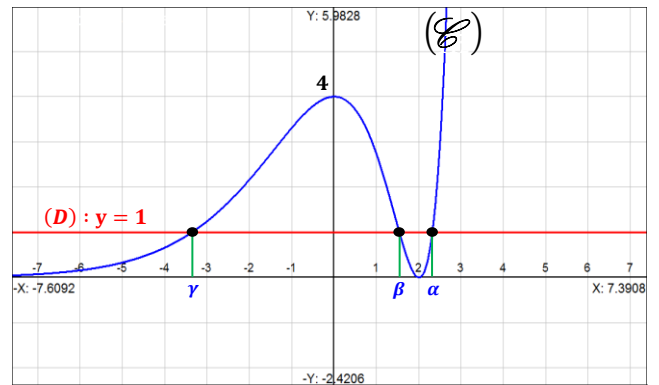
إذا كان :  $0 \leq x \leq 1$  فإن :  $f(0) \geq f(x) \geq f(1)$   
 ومنه :  $4 \geq f(x) \geq e \geq 0$   
 إذن :  $f(x)$  كمية موجبة قطعاً على المجال  $[0; 1]$ .  
 ومنه :  $\forall x \in [0; 1] ; |f(x)| = f(x)$   
 وبالرجوع إلى المساحة  $\mathcal{A}$  نكتب :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 f(x) dx \\ &= \int_0^1 (x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x) dx \\ &= \int_0^1 x^2 e^x dx - 4 \int_0^1 x e^x dx + 4 \int_0^1 e^x dx \\ &= (e - 2) - 4 \times 1 + 4[e^x]_0^1 \\ &= (e - 2) - 4 + 4(e - 1) = 5e - 10 \\ &= 5(e - 2) \approx 3,59 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



## 6

المعادلة :  $x^2 = e^{-x} + 4x - 4$   
 تصبح :  $x^2 - 4x + 4 = e^{-x}$   
 نضرب طرفي هذه المعادلة في الكمية الموجبة قطعاً  $e^{-x}$  نجد :  
 $e^x(x^2 - e^{-x} - 4x + 4) = 0$   
 يعني :  $x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x = 1$  يعني :  $f(x) = 1$   
 إذن حلول هذه المعادلة الأخيرة هي أفصائل نقط تقاطع المنحنى  $(\mathcal{C})$   
 والمستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = 1$ .  
 وهو ما يُبينه الشكل التالي :



إذن : المعادلة تقبل ثلاثة حلول وهي  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$ .