



C:RS22

7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسالكيها	الشعب(ة) أو المسارك:

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعمد مننظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة $A(2, 2, -1)$ و المستوى $\Omega(1, 0, 1)$ الذي معادلته هي $2x + y + 2z = 13$. (P) و الفلكة (S) التي مرکزها $(0, 7, 0)$ وشعاعها 3 .

- 1) أ- بين أن $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S) .
 ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى Ω ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) .
 2) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A و العمودي على المستوى (P) .

أ- بين أن $(2, 1, 2)$ هو مثليث إحداثيات المتجهة $\vec{OA} \wedge \vec{u}$. 0.75

ب- احسب $\frac{\|\vec{OA} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتاج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في A . 0.75

التمرين الثاني (3 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 6z + 25 = 0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعمد مننظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C و D التي أحقاها على التوالي هي : $d = 5 + 6i$ ، $c = 2 + 3i$ ، $b = 3 - 4i$ و $a = 3 + 4i$.

أ- احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتاج أن النقط A و C و D مستقيمية. 0.5

ب- بين أن العدد $p = 3 + 8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مرکزه B ونسبة $\frac{3}{2}$ 0.5

ج- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتاج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\widehat{PA, PD}$ 1

$$\text{وأن } PA = \sqrt{2} PD$$

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين. (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
سحب عشوائيا بالتناوب وبدون إحلال كرتين من الصندوق .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X . 0.5

2) بين أن : $P(X=1) = \frac{1}{36}$ و $P(X=0) = \frac{7}{18}$ 1.5

3) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$. 1

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 0$ و u_n لكل n من \mathbb{N}

. (1) تحقق من ان $u_{n+1} = \frac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ لكل n من \mathbb{N} ثم بين بالترجع أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} .

$$(2) \text{ نضع: } v_n = \frac{2u_n - 1}{u_n - 1} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

1 - ببين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

$$\text{ب- ببين أن: } u_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2} \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ واستنتج نهاية المتتالية } (u_n).$$

التمرين الخامس (2 ن)

. (1) حدد الدوال الأصلية للدالة $f(x) = \int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2 - 1)^{2009} dx$ على $x \mapsto 2x(x^2 - 1)^{2009}$ وتحقق من أن :

$$(2) \text{ باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن: } \int_0^2 (2x+1) \ln(x+1) dx = 6 \ln 3 - 2$$

التمرين السادس (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

وليكن (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعمد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

$$(1) \text{ أ- تتحقق من أن: } f(x) = x \left(\frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}} \right) \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R}$$

ب- ببين أن الدالة f زوجية وأن $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ لكل x من \mathbb{R} .

ج- ببين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ثم استنتاج أن المستقيم (D) الذي

معادلته $y = x$ مقارب للمنحني (C) بجوار $+ \infty$.

(2) ببين أن المنحني (C) يوجد تحت المستقيم (D) على المجال $[0, +\infty]$.

$$(3) \text{ أ- ببين أن: } f'(x) = \frac{e^{4x} - 1 + 4xe^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} \text{ لكل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ وتحقق من أن: } f'(0) = 0$$

ب- ببين أن : $e^{4x} - 1 \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty]$ ثم استنتاج أن $e^{4x} - 1 + 4xe^{2x} \geq 0$ لكل x من $[0, +\infty]$.

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0, +\infty]$.

(4) أنشئ المنحني (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن للمنحني (C) نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب).