

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2008

المادة :	الرياضيات
الشعب :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها
المعامل :	7
مدة الإنجاز :	3 س

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1 (3 نقط) :

- حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 8z + 17 = 0$. (1ن)
- نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقطين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 4 + i$ و $b = 8 + 3i$
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه Ω التي لحقها هو $w = 1 + 2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$
أ- بين أن : $z' = -iz - 1 + 3i$ (0.75 ن)
ب- تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c = -i$ (0.5 ن)
ج- بين أن : $b - c = 2(a - c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية. (0.75 ن)

التمرين 2 (3 نقط) :

- نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (P) الذي معادلته هي $x + 2y + z - 1 = 0$ التي معادلتها هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$
- بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $I(2, 3, -1)$ وأن شعاعها هو 3 (0.75 ن)
 - أ- بين أن مسافة النقطة I عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$ (0.5 ن)
ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (T) شعاعها هو $\sqrt{3}$ (0.75 ن)
 - أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I والعمودي على (P) (0.5 ن)
ب- بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1, 1, -2)$ (0.5 ن)

التمرين 3 (3 نقط) :

- يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق.
- ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء؟ (1ن)
 - بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$ (1ن)
 - ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل؟ (1ن)

التمرين 4 (3 نقط) :

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من \mathbb{N}

1. بين أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} . (1ن)

2. بين أن : $v_n = \frac{u_{n-1}}{u_n}$ لكل n من \mathbb{N} . (1ن)

أ- بين (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n . (0.5ن)

ب- بين أن : $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من \mathbb{N} . ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) (0.5ن)

مسألة (8 نقط) :

I – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = e^{2x} - 2x$

1. احسب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم بين أن g تزايدية على $[0, +\infty[$ وتناقصية على $]-\infty, 0]$ (1ن)

2. استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R} (لاحظ أن $g(0) = 1$) (0.75ن)

II – نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \ln(e^{2x} - 2x)$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (0.5ن)

ب- تحقق من أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right) \frac{\ln(e^{2x} - 2x)}{e^{2x} - 2x}$ لكل x من \mathbb{R}^* (0.25ن)

ج- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$) (0.25ن)

د- استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعاً شلجيميا يتم تحديده اتجاهه. (0.25ن)

2. أ- لكل x من $[0, +\infty[$ ، تحقق من أن $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ وأن $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)$. (0.75ن)

ب- استنتج أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$) (0.5ن)

ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ (0.5ن)

د- بين أن : $f(x) - 2x \leq 0$ لكل x من $[0, +\infty[$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $[0, +\infty[$ (0.75ن)

(ن)

3. أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ لكل x من \mathbb{R} . (0.75ن)

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . (0.5ن)

4. أنشئ (D) و (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف). (1ن)