

التمرين الأول (أعداد عقدية)

- (1) حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 14z + 50 = 0$
- (2) نعتبر النقط A و B و C التي الحاقها على التوالي $a = 7 + i$ و $b = 7 - i$ و $c = 9 - i$
- (أ) بين ان $\frac{c-b}{a-b} = -i$ ثم استنتج ان المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية
- (ب) اعط الشكل المثلثي للعدد $4(1-i)$
- (ج) بين ان $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$ ثم $AC \times BC = 4\sqrt{2}$
- (3) نعتبر الدوران R الذي مركزه B وزاويته $\frac{3\pi}{2}$
- (أ) بين أن C النقطة A بالدوران R
- (ب) بين ان التمثيل العقدي للدوران R هو $z' = -iz + 8 + 6i$
- (ج) استنتج لحق النقطة C' صورة C

التمرين الثاني (دراسة دالة لوغاريتم)

- الجزء (1) نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = 2 + x \ln x$
- (1) أحسب المشتقة $g'(x)$ و أدرس منحنى تغيرات الدالة g
- (2) أحسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ و استنتج أن $g(x) \geq 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}^+$)
- الجزء (2) لتكن f الدالة المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :
- $$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{2+x \ln x} & : x > 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$
- (1) أ- بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$
- ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0 = 0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
- (2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
- (3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{1-x-\ln x}{(2+x \ln x)^2}$ ($\forall x \in \mathbb{R}^+$)
- ب- بين أن f تزايدية على $[0, 1]$ و أن f تناقصية على $[1, +\infty[$
- ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f
- (4) أ- بين أن $f(x) - x = \frac{1-x-x^2 \ln x}{2+x \ln x}$ ($\forall x \in \mathbb{R}^+$)
- ب- بين أن $x \geq f(x)$ ($\forall x \in [0, 1]$) و أن $f(x) \leq x$ ($\forall x \geq 1$)
- (5) أرسم المنحنى (C_f)
- الجزء (2) لتكن $(U_n)_n$ المتتالية المعرفة كما يلي : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ لكل n من \mathbb{N}
- 1- بين بالترجع أن $U_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
- 2- أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$
- 3- استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها