

## التمرين الأول ( أعداد عقدية )

- (1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 14z + 50 = 0$
- (2) نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  اللتي الحاقها على التوالي  $a = 7 + i$  و  $b = 7 - i$  و  $c = 9 - i$
- (أ) بين ان  $\frac{c-b}{a-b} = -i$  ثم استنتج ان المثلث  $ABC$  متساوي الساقين وقائم الزاوية
- (ب) اعط الشكل المثلثي للعدد  $4(1-i)$
- (ج) بين ان  $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$  ثم  $AC \times BC = 4\sqrt{2}$
- (3) نعتبر الدوران  $R$  الذي مركزه  $B$  وزاويته  $\frac{3\pi}{2}$
- (أ) بين أن  $C$  النقطة  $A$  بالدوران  $R$
- (ب) بين ان التمثيل العقدي للدوران  $R$  هو  $z' = -iz + 8 + 6i$
- (ج) استنتج لحق النقطة  $C'$  صورة  $C$

## التمرين الثاني ( دراسة دالة لوغاريتم )

- الجزء (1) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي :  $g(x) = 2 + x \ln x$
- (1) أحسب المشتقة  $g'(x)$  و أدرس منحنى تغيرات الدالة  $g$
- (2) أحسب  $g\left(\frac{1}{e}\right)$  و استنتج أن  $g(x) \geq 0$  ( $\forall x \in \mathbb{R}^+$ )
- الجزء (2) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $[0, +\infty[$  بما يلي :
- $$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{2+x \ln x} & : x > 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases}$$
- (1) أ- بين أن  $f$  متصلة على يمين  $x_0 = 0$
- ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على يمين  $x_0 = 0$  و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
- (2) بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة
- (3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{1-x-\ln x}{(2+x \ln x)^2}$  ( $\forall x \in \mathbb{R}^+$ )
- ب- بين أن  $f$  تزايدية على  $[0, 1]$  و أن  $f$  تناقصية على  $[1, +\infty[$
- ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$
- (4) أ- بين أن  $f(x) - x = \frac{1-x-x^2 \ln x}{2+x \ln x}$  ( $\forall x \in \mathbb{R}^+$ )
- ب- بين أن  $x \geq f(x)$  ( $\forall x \in [0, 1]$ ) و أن  $f(x) \leq x$  ( $\forall x \geq 1$ )
- (5) أرسم المنحنى  $(C_f)$
- الجزء (2) لتكن  $(U_n)_n$  المتتالية المعرفة كما يلي :  $U_0 = \frac{1}{2}$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$
- 1- بين بالترجع أن  $U_n < 1$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )
- 2- أدرس رتابة المتتالية  $(U_n)_n$
- 3- استنتج أن  $(U_n)_n$  متقاربة و حدد نهايتها