2017-16	فرض رقم 1 دورة2	ذ: المانتي

الجزء (1) :

1) **نعتبر الدالة** g **المعرفة على** $]0,+\infty[$ **بما يلي :** $g(x)=-x+1+x\ln x$

أ- **أحسب المشتقة** $g'(x)$ **و ضع جدول تغيرات الدالة** g

ب- **أستنتج أن** $g(x)\geq 0$ $(\forall x>0)$ **و أن** 1 **هو الحل الوحيد للمعادلة** $g(x)=0$

2) **نضع** $h(x)=1+2x\ln x$ **لكل عدد حقيقي** x **من المجال** $]0,+\infty[$

أ- **أحسب المشتقة** $h'(x)$ **ثم أنجز جدول تغيرات الدالة** h

ب- **استنتج أن** $h(x)>0$ $(\forall x\in]0,+\infty[)$

الجزء (2) :

لتكن f **الدالة العددية المعرفة على المجال** $[0,+\infty[$ **بما يلي :**
$$\begin{cases} f(x)=x(\ln x-1)+2\sqrt{x} & ; \quad x\neq 0 \\ f(x)=0 \end{cases}$$

1) أ- **بين أن** f **متصلة على يمين** $x_0=0$

ب- **بين أن** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ **(يمكن وضع** $t=\sqrt{x}$ **) ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة**

2) أ- **أحسب النهاية** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- **بين أن** $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ **ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة**

3) أ- **بين أن** $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}h\left(\sqrt{x}\right)$

ب- **استنتج أن الدالة** f **تزايدية ثم أنجز جدول تغيرات الدالة** f

ج- **أعط معادلة المماس** (Δ) **للمنحنى** (C_f) **عند النقطة ذات الأفصول** $a=1$

4) أ- **بين أن** $f(x)-x=2\sqrt{x}\ g\left(\sqrt{x}\right)$ $(\forall x>0)$

ب- **استنتج أن المنحنى** (C_f) **يوجد فوق المستقيم** (Δ)

5) أ) **بين أن** f **تقبل دالة عكسية** f^{-1} **معرفة على مجال** J **يتم تحديده**

ب) **بين أن الدالة** f^{-1} **قابلة للاشتقاق في النقطة** $b=1$ **و حدد العدد المشتق**

6) **أرسم المنحنيين** (C_f) ، $\left(C'_{f^{-1}}\right)$ **و المستقيم** (Δ)

الجزء (3) :

لتكن $(U_n)_n$ **المتتالية العددية المعرفة كما يلي :** $U_0=\frac{1}{2}$ **و** $U_{n+1}=f(U_n)$ **لكل** n **من** $\mathbb{N}$

1- **بين بالترجع أن** $0<U_n<1$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2- **بين أن المتتالية** $(U_n)_n$ **تزايدية**

3- **استنتج أن** $(U_n)_n$ **متقاربة و حدد نهايتها**