

### التمرين الأول

(I) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$

(II) المسوى العقدي  $(P)$  منسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقطتين  $B$  ;  $D$  اللتين

لحفاهما على التوالي  $z_B = \sqrt{3} + i$  و  $z_D = \sqrt{3} - i$  و ليكن  $R$  الدوران الذي مركزه  $O$  و زاويته  $\frac{\pi}{2}$

(1) حدد الرمز الأسّي للعدد  $z_B$  و بين أن  $OBD$  مثلث متساوي الأضلاع

(2) نعتبر النقطة  $E$  ذات اللوح  $Z_E = e^{-i\frac{\pi}{3}}$  و ليكن  $z_A$  لحق النقطة  $A$  صورة النقطة  $E$  بالدوران  $R$

بين أن  $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$  و استنتج أن  $A$  منتصف  $[OB]$

(3) أ- أثبت أن  $z_C = \frac{1}{2} + i\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  هو لحق النقطة  $C$  صورة النقطة  $E$  بالإزاحة  $T$  التي متجهتها  $2\vec{v}$

ب- بين أن  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = (\sqrt{3} - 1)i$  و استنتج أن  $(CD)$  واسط القطعة  $[OB]$

### التمرين الثاني

الجزء (1) : لتكن  $g$  دالة بحيث  $g(x) = x - \ln(1-x)$

(1) حدد مجموعة تعريف  $g$  و أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ;  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} g(x)$

(2) أحسب  $g'(x)$  و بين أن  $g$  تزايدية قطعاً على  $]-\infty, 1[$

(3) أجز جدول تغيرات الدالة  $g$  و استنتج إشارة  $g(x)$  ( لاحظ أن  $g(0) = 0$  )

الجزء (2) : نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty, 1[$  بما يلي :  $f(x) = x + \ln(1-x) - \frac{1}{2}(\ln(1-x))^2$

(1) أ- بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln X)^2}{X} = 0$  ثم استنتج أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

ب- بين أن المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ ) اتجاه مقارب للمنحنى  $(C_f)$  عند  $-\infty$

(2) بين أن  $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$  و أعط تايولا هندسياً للنتيجة

(3) أ- أحسب المشتقة  $f'(x)$  و بين أن  $f'(x) = \frac{g(x)}{x-1}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

ب- أرسم للمنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ ) ( نأخذ  $1 - e^2 \approx -6,4$  )

الجزء (3) : نعتبر المتتالية  $(U_n)_n$  المعرفة بما يلي :  $U_0 = -1$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 - e^2 < U_n < 0$

(2) أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)_n$

(3) استنتج أن المتتالية  $(U_n)_n$  متقاربة وحدد نهايتها