Lycée ANISSE	D.S.N°3	$\frac{1}{2}$	2.B.A.C S.P

التمرين الأول :

1° - حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+2z+2=0$

2° - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى م.م.م.م $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي :

$a=-1+i$ و $b=1+i$ و $c=(1+\sqrt{3})i$

لتكن $M(z)$ نقطة من المستوى العقدي و $M'(z')$ صورتها بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{3\pi}{2}$.

أ - بين أن : $z'=-iz$

ب - استنتج أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R .

ج - بين أن : $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

د - اكتب العدد $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ على شكل المثلثي

هـ - استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0=3 \\ U_{n+1}=\dfrac{7U_n+4}{2U_n+5} \end{cases} \quad / n\in\mathbb{N}$$

1 - بين بالترجع أن : $U_n>2$: $(\forall n\in\mathbb{N})$

2 - نضع : $(\forall n\in\mathbb{N}) : v_n=\dfrac{U_n-2}{U_n+1}$

أ - بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) : U_n=\dfrac{2+v_n}{1-v_n}$

ب - بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $1/3$ ثم اكتب v_n بدلالة n

ج - بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الثالث : (6ن)

I - لتكن الدالة العددية g المعرفة على]0,+∞[بما يلي :

$$g(x) = x^2 + x + 3 - 3\ln x$$

1° - أ - بين أن : $g'(x) = \frac{(2x+3)(x-1)}{x}$ $(\forall x>0)$ (0,5)

ب - استنتج أن الدالة g تزايدية على المجال $[1,+\infty[$ وتناقصية على المجال $]0,1]$. (0,5)

2° - استنتج أن : $g(x) > 0$ $(\forall x>0)$ (0,5)

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = x + \left(\frac{x+3}{x}\right)\ln x$$

وليكن (C) منحناها في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1° - بين أن : $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ ثم أول هندسيا. (0,5)

2° - أ - بين أن $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$. (0,5)

ب - بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$. (0,5)

3° - أ - بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ $(\forall x>0)$ (0,5)

ب - اعط جدول تغيرات الدالة f. (0,5)

4° - أ - ادرس إشارة $f(x)-x$ على المجال $]0,+\infty[$. (0,5)

ب - استنتج أن (C) فوق (Δ) على $[1,+\infty[$ وتحت (Δ) على $]0,1]$. (0,5)

ج - بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0,+\infty[$ وأن : $\frac{1}{e} < \alpha < 1$. (0,5)

د - ارسم المنحنى (C) والمستقيم (Δ). (0,5)