

التمرين 1

أسئلة مستقلة

التقيط

A. حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$  في كل حالة من الحالات التالية

$$u_n = \frac{3^n - (-2)^n}{3^n} ; u_n = n - \sqrt{n} + 2^n ; u_n = -1 + \frac{1}{2^n} ; u_n = 4 + \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

4

B. نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي

$$u_{n+1} = \frac{5}{6}u_n + \frac{1}{6} : n \in \mathbb{N} \text{ و } u_0 = 2$$

1. بين بالترجع أن  $1 < u_n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

1

2. بين أن  $(u_n)$  متتالية تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة.

1.5

3. نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$   $v_n = u_n - 1$

أ. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{5}{6}$  محددًا حدًا الأول.

1.5

ب. استنتج أن:  $u_n = 1 + \left(\frac{5}{6}\right)^n$  لكل  $n \in \mathbb{N}$

1

ج. حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$

1

C. نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي:  $u_0 = 1$  و  $n \in \mathbb{N}$   $u_{n+1} = \frac{3u_n}{18 + u_n}$

1. بين بالترجع أن  $0 < u_n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

0.5

2. بين أن  $u_{n+1} \leq \frac{1}{6}u_n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ ).

0.5

3. استنتج أن  $u_n \leq \left(\frac{1}{6}\right)^n$  ( $\forall n \in \mathbb{N}$ )

0.5

4. حدد نهاية المتتالية  $(u_n)$

0.5

التمرين 2

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على المجال  $I = ]0; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = x^2 - 1 + 2 \ln x$

1.5

1. بين أن الدالة  $h$  تزايدية قطعًا على المجال  $]0; +\infty[$

0.75

2. أحسب  $h(1)$ ، ثم استنتج إشارة  $h(x)$  عندما تتغير  $x$  على المجال  $]0; +\infty[$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $I = ]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x^2}$

ليكن  $(C)$  تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

1

2. أ. بين أن  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$ .

1.25

ب. استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعًا على المجال  $[1; +\infty[$  و تناقصية قطعًا على المجال  $]0; 1]$ .

0.5

ج. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، ثم اعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

1

3. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$  ثم استنتج طبيعة الفرع اللانهائي ل  $(C)$  بجوار  $+\infty$ .

1

4. أنشئ المنحنى  $(C)$  في المعلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1