فرض رقم 3

التمرين رقم 1

لتكن $(U_n)_{n>0}$ متتالية حسابية أساسها $r=5$ و بحيث $U_{132}+U_{135}+U_{138}=2019$

1) بين أن $U_{135}=673$ و أحسب الحد الأول U_1

2) بين ان الحد العام $U_n=5n-2$ $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right)$ هل العدد 2018 حدا للمتتالية $(U_n)_{n>0}$

3) أحسب بدلالة n الجمع $S=U_1+U_2+........+U_n$

التمرين رقم 2

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2+2Z+10=0$

2) المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. M , L نقطتان في (P) لحقاهما على التوالي $Z_M=1-i$ و $Z_L=3-i$ و لتكن N مماثلة M بالنسبة للنقطة L.

بين أن لحق N هو العدد $Z_N=5-i$

3) لتكن A , C صورتا النقطتين M ; N على التوالي بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

بين أن $Z_A=1+i$ و $Z_C=1+5i$

4) لتكن D ; B صورتا M ; N على التوالي بالإزاحة T التي متجهتها $\vec{w}$ بحيث $aff\left(\vec{w}\right)=-2+4i$

بين أن $Z_D=-1+3i$ و أن $Z_B=3+3i$

5) بين أن $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=i$ و استنتج أن $ABCD$ مربع

التمرين رقم 3

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\left]0,+\infty\right[$ بما يلي : $g(x)=x-\ln x$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$; $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}g(x)$

2) أحسب المشتقة $g'(x)$ و أنجز جدول تغيرات الدالة g

3) استنتج ان $g(x)>0$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}\right)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\left]0,+\infty\right[$ بما يلي : $f(x)=2x-(\ln x)^2$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$ و أول هندسيا النتيجة

2) أ) ضع $t=\sqrt{x}$ و بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$

ب) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$

3) أ) بين أن $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$ $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}\right)$

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أ) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right[$ حلا وحيدا α (نعطي $\frac{1}{2}<\ln 2<1$)

ب) أرسم المنحنى (C) (نأخذ $\alpha\simeq0,4$)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 - 2Z + 2 = 0$

2) المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. M , L نقطتان في (P)

لحقاهما على التوالي $Z_M = -i\sqrt{3}$ و $Z_L = 1 - i$ و لتكن N مماثلة M بالنسبة للنقطة L .

بين أن لحق N هو العدد $Z_N = 2 + \left(\sqrt{3} - 2\right)i$

3) لتكن A , C صورتا النقطتين M ; N على التوالي بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$

بين أن $Z_A = \sqrt{3}$ و $Z_C = 2 - \sqrt{3} + 2i$

4) لتكن D ; B صورتا M ; N على التوالي بالإزاحة T التي متجهتها $\overline{w} = 2\vec{v}$ (بحيث $aff\left(\overline{w}\right) = 2i$)

بين أن $Z_D = i\left(2 - \sqrt{3}\right)$ و أن $Z_B = 2 + i\sqrt{3}$

5) بين أن $\dfrac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = i$ و استنتج أن $ABCD$ مربع