

## فروض الحروس رقم 2

### التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  و أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$  أعط تؤولاً هندسياً للنتيجة

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(x+3\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$   $(\forall x \in ]0, +\infty[)$

ب- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أنجز جدول تغيراتها

### التمرين الثاني

لتكن  $(U_n)_n$  متتالية عددية معرفة بـ : 
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$$

1- بين أن  $0 < U_n < 1$   $(\forall n \in \mathbb{N})$

( لاحظ أن  $U_{n+1} = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{1}{2U_n+1} \right)$  )

2- أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)_n$

3- نضع  $V_n = 1 - \frac{1}{U_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- بين أن  $(V_n)_n$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{3}$  و أحسب  $V_0$

ب- استنتج أن  $U_n = \frac{3^n}{3^n+1}$  و أحسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

## فروض الحروس رقم 2

### التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة  $f$  و أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$  أعط تؤولاً هندسياً للنتيجة

(3) أ- بين أن  $f'(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(x+3\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$   $(\forall x \in ]0, +\infty[)$

ب- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم أنجز جدول تغيراتها

### التمرين الثاني

لتكن  $(U_n)_n$  متتالية عددية معرفة بـ : 
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$$

1- بين أن  $0 < U_n < 1$   $(\forall n \in \mathbb{N})$

( لاحظ أن  $U_{n+1} = \frac{3}{2} \left( 1 - \frac{1}{2U_n+1} \right)$  )

2- أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)_n$

3- نضع  $V_n = 1 - \frac{1}{U_n}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

أ- بين أن  $(V_n)_n$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{3}$  و أحسب  $V_0$

ب- استنتج أن  $U_n = \frac{3^n}{3^n+1}$  و أحسب النهاية  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$