التمرين الأول

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases}$

1- بين أن $-1 < U_n \le 0$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة

3- نضع $V_n = \dfrac{1}{1 + U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n و أحسب النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{3 - U_n} \end{cases}$

1- بين أن $1 < U_n < 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- تحقق أن $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$ و أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = \dfrac{2 - U_n}{1 - U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n

4- أ- بين أن $U_{n+1} - 1 \le \dfrac{2}{3}(U_n - 1)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- أثبت أن $U_n - 1 \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ و استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 3} \end{cases}$

1- بين أن $-1 < U_n \le 0$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة

3- نضع $V_n = \dfrac{1}{1 + U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n و أحسب النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{2}{3 - U_n} \end{cases}$

1- بين أن $1 < U_n < 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- تحقق أن $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$ و أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = \dfrac{2 - U_n}{1 - U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n

4- أ- بين أن $U_{n+1} - 1 \le \dfrac{2}{3}(U_n - 1)$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

ب- أثبت أن $U_n - 1 \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ و استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$