الثانية علوم فيزيائية	فرض رقم 2	2017-16

التمرين الأول

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n}{2+U_n} \end{cases}$

1- تحقق أن $U_{n+1} = 4 - \dfrac{8}{2+U_n}$ ثم بين أن $U_n > 2 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$ — 1.5 ن

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ — 1 ن

3- نضع $V_n = 1 - \dfrac{2}{U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{2}$ و أحسب V_n بدلالة n — 1.5 ن

ب- بين أن $U_n = \dfrac{6}{3 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^n}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ — 1.5 ن

التمرين الثاني :

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2 - U_n} \end{cases}$

1- بين أن $U_n < 1 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$ — 1 ن

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ — 1 ن

3- نضع $V_n = \dfrac{2}{1 - U_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 2$ و أحسب V_n بدلالة n — 1.5 ن

ب- استنتج أن $U_n = \dfrac{2n-1}{2n+1}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ — 1.5 ن

التمرين الثالث :

نعتبر الدالة f بحيث : $f(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$

1) أ) حدد D_f و ادرس زوجية الدالة f — 1.5 ن

ب) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ — 1.5 ن

2) بين أن $\dfrac{f(x) - f(1)}{x-1} = \dfrac{x(x+1)}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (\forall x > 1)$ ثم أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0 = 1$ — 1 ن

3) بين أن $(\forall x \in]1, +\infty[) \quad f'(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f — 2 ن

4) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $I = [1, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} محددا مجموعة تعريفها — 1.5 ن

ب- حل المعادلة $g(x) = x$ ثم بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة $b = \sqrt{2}$ و أن $(g^{-1})'(\sqrt{2}) = \dfrac{1}{3}$ — 1.5 ن