تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com



## التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $U_0=5$ و $U_{n+1}=\frac{5}{2}U_n-6$ ثم نضع $V_n=U_n-4$

1) أ) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ U_n>4$

ب) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$

2) أ) بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{5}{2}$ و أحسب $V_n$ بدلالة $n$

ب) استنتج أن $U_n=4+\left(\frac{5}{2}\right)^n$ بدلالة $n$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

## التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_{n>0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_1=0$ و $U_{n+1}=\frac{U_n-1}{U_n+3}$ و نضع $W_n=\frac{1}{1+U_n}$

1) أ) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ U_n>-1$

ب) تحقق أن $U_n-U_{n+1}=\frac{(U_n+1)^2}{U_n+3}$ ثم أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ و استنتج أنها متقاربة

2) أ) بين أن $(W_n)_{n>0}$ متتالية حسابية أساسها $r=\frac{1}{2}$ ثم أحسب $W_n$ بدلالة $n$

ب) استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ U_n=\frac{1-n}{1+n}$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

## التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-2\sqrt{x}+2$

1) أ) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(C)$ عند $+\infty$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ على يمين النقطة $0$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) بين أن $(\forall x\in[1,+\infty[)\ f(x)<x$ و أول النتيجة هندسيا

3) أ) بين أن $(\forall x\in]0,+\infty[)\ f'(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

ب) أنجز جدول تغيرات الدالة $f$

4) لتكن $g$ الدالة المعرفة على $[1,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=f(x)$

ا) بين أن $g$ تقبل دالة عكسية $g^{-1}$ معرفة على مجال $I$ يتعين تحديده

ب) أحسب $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من $I$ ( لاحظ أن $x-2\sqrt{x}+2=\left(\sqrt{x}-1\right)^2+1$ )

5) أرسم في نفس المعلم المنحنى $(C)$ و منحنى الدالة $g^{-1}$

6) نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ بحيث : $u_0=2$ و $u_{n+1}=g(u_n)$

أ) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_n>1$

ب) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_n$ و استنتج أنها متقاربة

ج) حدد نهاية المتتالية $(u_n)_n$