الدالة العكسية

ذ. محمد الكيال

خاصية:

إذا كانت f دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال I

فإن f تقبل دالة عكسية معرفة من المجال $f(I)$ نحو المجال I

و يرمز لها بالرمز : f^{-1}

نتائج:

- $\begin{cases} f^{-1}(y)=x \\ y\in f(I) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=y \\ x\in I \end{cases}$
- $\forall x\in I \quad \left(f^{-1}of\right)(x)=x$
- $\forall y\in f(I) \quad \left(fof^{-1}\right)(y)=y$

تحديد صيغة الدالة العكسية:

لتكن f دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال I

ليكن x عنصرا من المجال $f(I)$ و y عنصرا من المجال I

بالاستعانة بالتكافؤ التالي : $f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow f(y)=x$

و بتحديد y بدلالة x نستنتج صيغة $f^{-1}(x)$ لكل عنصر x من $f(I)$

اتصال الدالة العكسية:

إذا كانت f دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال I

فإن الدالة العكسية f^{-1} متصلة على المجال $f(I)$

اشتقاق الدالة العكسية:

لتكن f دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال I

و ليكن x_0 عنصرا من المجال $f(I)$ و $y_0=f(x_0)$

إذا كانت f قابلة للاشتقاق في x_0 و $f'(x_0)\neq 0$

فإن الدالة العكسية f^{-1} قابلة للاشتقاق في y_0

و لدينا : $\left(f^{-1}\right)'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}$

لتكن f دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال I

إذا كانت f قابلة للاشتقاق عل المجال I و دالتها المشتقة f' لا تنعدم على المجال I

فإن الدالة العكسية f^{-1} قابلة للاشتقاق على المجال $f(I)$

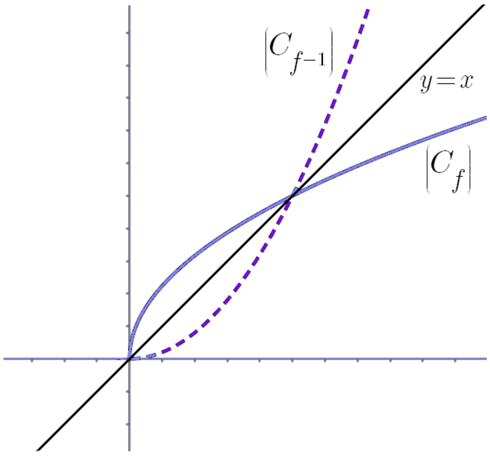
و لدينا : $\left(f^{-1}\right)'(x)=\dfrac{1}{f'\left[f^{-1}(x)\right]} \qquad \forall x\in f(I)$

رتابة الدالة العكسية:

لتكن f دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال I

الدالة العكسية f^{-1} لها نفس منحى تغير الدالة f

التمثيل المبياني للدالة العكسية:



لتكن f دالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال I

التمثيلان المبيانيان للدالتين f و f^{-1} في معلم متعامد ممنظم

متماثلان بالنسبة للمنصف الأول للمعلم

ملاحظات هامة:

المنحنى (C_f)	المنحنى $(C_{f^{-1}})$
$A(a,b) \in (C_f)$	$A'(b,a) \in (C_{f^{-1}})$
يقبل مقاربا عموديا معادلته : $x=a$	يقبل مقاربا أفقيا معادلته : $y=a$
يقبل مقاربا أفقيا معادلته : $y=b$	يقبل مقاربا عموديا معادلته : $x=b$
يقبل مقاربا مائلا معادلته : $y=ax+b$	يقبل مقاربا مائلا معادلته : $y=\frac{1}{a}x+\frac{b}{a}$ و يتم تحديد المعادلة انطلاقا من العلاقة : $x=ay+b$
يقبل مماسا (أو نصف مماس) عموديا	يقبل مماسا (أو نصف مماس) أفقيا
يقبل مماسا (أو نصف مماس) أفقيا	يقبل مماسا (أو نصف مماس) عموديا