

### التمرين الأول

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي :

$$f(x) = 2(x-2)\sqrt{x-x}$$

$$(1) \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

(2) ادرس قابلية اشتقاق  $f$  على يمين  $x_0 = 0$  و أول

النتيجة هندسيا

$$(3) \text{ بين أن } f'(x) = (\sqrt{x}-1) \left( 3 + \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$$

(4) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

(5) أعط معادلة المماس في النقطة  $x_0 = 4$

(6) أرسم المنحنى  $C_f$  والمماس

### التمرين الثاني

لتكن  $f$  الدالة المعرفة ب:  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+2}-1}$

① حدد  $D_f$  ثم أحسب نهايات عند محددات  $D_f$

② أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $C_f$  عند  $+\infty$

③ أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في النقطة  $x_0 = -2$  على

اليمين

$$(4) \text{ بين أن } f'(x) = \frac{1 + (\sqrt{x+2}-1)^2}{2\sqrt{x+2}(\sqrt{x+2}-1)^2}$$

⑤ أنجز جدول تغيرات  $f$

⑥ ليكن  $g$  دالة معرفة على  $I = ]-1, 2]$  بما يلي :

$f(x) = g(x)$  بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية من  $I$

نحو مجال  $I$  يتم تحديده

⑦ ارسم المنحنى  $C_f$  ومنحنى الدالة  $g^{-1}$  في نفس

المعلم

### التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x^2+1} & ; x \geq 0 \\ f(x) = x+1-2\sqrt{1-x} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$(1) \text{ أحسب النهايتين } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \text{ ; } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

(2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  في النقطة 0

(3) بين أن  $f$  تقبل من  $[0, +\infty[$  نحو مجال  $I$  دالة

عكسية

### التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $\left[0, \frac{1}{4}\right]$

$$\text{بما يلي : } f(x) = (1-2\sqrt{x})^3$$

(1) أدرس رقابة الدالة  $f$  و استنتج أن  $f$  تقبل

دالة عكسية  $f^{-1}$  محددًا مجموعة تعريفها  $D$

$$(2) \text{ أحسب } f\left(\frac{1}{16}\right) \text{ و استنتج أن } (f^{-1})\left(\frac{1}{8}\right)$$

$$(3) \text{ أحسب } f^{-1}(x) \text{ لكل } x \text{ من } D$$

### التمرين الخامس

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^+$  بما يلي :

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}$$

$$-1 \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \text{ و بين أن } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$$

$$-2 \text{ بين أن } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = +\infty \text{ و أول هندسيا النتيجة}$$

$$-3 \text{ بين أن } f'(x) = \frac{2\sqrt[3]{x}-1}{3\sqrt[3]{x^2}} \text{ و أنجز جدول تغيرات } f$$

-4 أكتب معادلة المماس للمنحنى  $C_f$  في النقطة

$$A(1,0)$$

$$-5 \text{ دالة معرفة على } I = \left[\frac{1}{8}, +\infty\right[ \text{ بما يلي :}$$

$$g(x) = f(x)$$

أ- بين أن  $g$  تقبل دالة عكسية من  $I$  نحو مجال  $J$  يتم تحديده

ب- أحسب  $g^{-1}(x)$  حيث  $x$  من  $J$

$$\text{ج- أحسب } (g^{-1})'(0)$$

$$\text{د- قارن } g^{-1}(\sqrt[5]{4}) \text{ ; } g^{-1}(\sqrt[4]{3})$$

-6 ليكن  $a, b$  من المجال  $]1, +\infty[$  بحيث  $a > b$

$$\text{بين أن } \frac{a}{b} > \frac{b-b^{\frac{1}{3}}}{a-a^{\frac{1}{3}}}$$

### التمرين السادس

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos 2x}$

و  $(C_f)$  منحنىها في  $M \times M$   $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$

2. بين أن  $f$  دورية ودورها  $\pi$

3. بين أن  $f$  زوجية

4. أستنتج  $D_E$  حيز دراسة الدالة  $f$

5. أحسب  $f'(x)$  ثم أعط جدول التغيرات على  $D_E$

6. حدد الفروع اللانهائية للمنحنى  $(C_f)$

أنشئ المنحنى  $(C_f)$