

ذ. محمد الكبار

الاحتمالات

← مصطلحات

المصطلح الاحتمالي:	معناه :
تجربة عشوائية	كل تجربة تقبل أكثر من نتيجة
Ω	هي مجموعة الإمكانيات الممكنة لتجربة عشوائية
حدث A	جزء من كون الإمكانيات Ω
حدث ابتدائي	كل حدث يتضمن عنصراً وحيداً
$A \cap B$	إذا تحقق الحدثان A و B في آن واحد
$A \cup B$	إذا تحقق A أو B أو هما معاً
الحدث المضاد للحدث A	$(A \cap \bar{A} = \emptyset \text{ و } A \cup \bar{A} = \Omega)$ هو الحدث \bar{A}
و حدثان غير منسجمين	$A \cap B = \emptyset$

← استقراء حدث - احتمال حدث:

تعريف:

- ليكن Ω كون إمكانيات تجربة عشوائية
 - عندما يستقر احتمال حدث ابتدائي $\{\omega_i\}$ في قيمته p_i نقول أن احتمال الحدث $\{\omega_i\}$ هو:
 - ونكتب: $P(\{\omega_i\}) = p_i$
 - احتمال حدث هو مجموع الاحتمالات الابتدائية التي تكون هذا الحدث
 - أي إذا كان $\{A = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \dots; \omega_n\}\}$ حدثاً من Ω فإن احتمال الحدث A هو:
- $$p(A) = p(\omega_1) + p(\omega_2) + p(\omega_3) + \dots + p(\omega_n)$$

خاصيات:

- ليكن Ω كون إمكانيات تجربة عشوائية
- $p(\Omega) = 1$ و $p(\emptyset) = 0$
- $0 \leq p(A) \leq 1$ لكل حدث A من Ω
- احتمال اتحاد حدفين:
- لكل حددين A و B من Ω
- $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$
- إذا كان A و B غير منسجمين $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$
- احتمال الحدث المضاد:
- لكل حدث A من Ω : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

← فرضية نساوي الاحتمالات:

تعريف:

- إذا كانت جميع الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال في تجربة عشوائية كون إمكاناتها Ω
 - فإن احتمال كل حدث A من Ω هو:
- $$p(A) = \frac{\text{card}A}{\text{card}\Omega}$$

← الاحتمال الشرطي - استقلالية حدثين:

تعريف:

ليكن A و B حدثين مرتبطين بنفس التجربة العشوائية بحيث: $p(A) \neq 0$

$$p(B) = p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$
 احتمال حدث B علماً أن الحدث A متحقق هو العدد:

نتيجة:

لكل حدثين A و B مرتبطين بنفس التجربة العشوائية بحيث: $p(A) \times p(B) \neq 0$

$$p(A \cap B) = p(A) \times p\left(\frac{B}{A}\right) = p(B) \times p\left(\frac{A}{B}\right)$$
 لدينا:

تعريف:

لكل حدثين A و B مرتبطين بنفس التجربة العشوائية

$$A \cap B \Leftrightarrow p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$
 حدثان مستقلان

خاصية:

ليكن Ω كون إمكانيات تجربة عشوائية و Ω_1 و Ω_2 تجزئاً لـ Ω
 $(\Omega_1 \cap \Omega_2 = \emptyset \text{ و } \Omega_1 \cup \Omega_2 = \Omega)$

$$p(A) = p(\Omega_1) \times p\left(\frac{A}{\Omega_1}\right) + p(\Omega_2) \times p\left(\frac{A}{\Omega_2}\right)$$
 لكل حدث A من Ω :

← الاختارات الاطندرة:

ليكن A حدثاً في تجربة عشوائية احتماله p
إذا أعيدت هذه التجربة n مرة فان احتمال تحقق الحدث A , k مرة بالضبط هو:

$$(k \leq n) \quad C_n^k (p)^k (1-p)^{n-k}$$

← قانون احتمال متغير عشوائي:

ليكن متغيراً عشوائياً على Ω كون إمكانيات تجربة عشوائية
لتحديد قانون احتمال المتغير العشوائي X نتبع المراحلتين التاليتين:
• تحديد $\{X(\Omega) = \{x_1; x_2; x_3; \dots; x_n\}$: مجموعة القيم التي يأخذها المتغير X
• ححسب الاحتمال $p(X = x_i)$ لكل i من المجموعة $\{1; 2; \dots; n\}$

← الأمل الرياضي - الاتغيرة - الانحراف الطراري طبغر عشوائي:

x_i	x_1	x_2	x_3	...	x_n
$p(X = x_i)$	p_1	p_2	p_3	...	p_n

ليكن X متغيراً عشوائياً قانونه
معروف بالجدول التالي:

تعريف:

$E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + x_3 \times p_3 + \dots + x_n \times p_n$	الأمل الرياضي للمتغير X :
$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$	المغايرة للمتغير X :
$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$	الانحراف الطراري للمتغير X :

← القانون الدناني:

ليكن p احتمال حدث A في تجربة عشوائية، نعيد هذه التجربة n مرة
المتغير العشوائي X الذي يربط كل نتيجة بعدد المرات التي يتحقق فيها الحدث A يسمى توزيعاً دنانياً وسيطاه n و p
 $\forall k \in \{0; 1; 2; \dots; n\} \quad p(X = k) = C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$ ولدينا
 $V(X) = np(1-p)$ و $E(X) = n \times p$ و