ث-ع-العالي بنشقرون العرائش

الامتحان التجريبي2004

التمرين الأول:(نقطتان)

(1ن)1- احسب التكامل التالي : $I=\int_{\ln 2}^{\ln 4}\frac{dx}{\sqrt{e^x-1}}$ (ضع $t=\sqrt{e^x-1}$).

(1ن)2- احسب باستعمال مكاملة بالأجزاء $J=\int_0^1 Arctg(x)dx$.

التمرين الثاني:(3نقط)

يحتوي كيس على خمس بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس،بيدقتان تحملان الرقم 0وبيدقتان تحملان الرقم1وبيدقة تحمل الرقم2.نسحب عشوائيا وفي آن واحد بيدقتين من الكيس.

1- ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع الرقمين المسجلين على البيدقتين المسحوبتين.

(1ن) أ- حدد قانون احتمال X .

(0.5 ن) ب- ليكن A الحدث:"سحب بيدقتين تحملان نفس الرقم". تحقق أن $p(A)=\frac{2}{10}$.

(0.5 ن) ج- بين أن الحدث A و الحدث $(X=2)$ غير مستقلين.

(1ن) 2- نكرر التجربة السابقة ثلاث مرات متتابعة، وفي كل مرة نعيد الكرتين المسحوبتين إلى الكيس.
احسب احتمال تحقيق A مرتين على الأقل.

التمرين الثالث: (3.5نقط)

(1ن) 1- حل في C المعادلة $(E): z^2+2z+1+i=0$.

(0.5 ن)2-احسب $|z'|$ و $|z''|$ (z' و z'' جذرا المعادلة (E) حيث $\operatorname{Im}(z')\succ 0$).

(1ن) 3- احسب $z'z''$ واكتب $z'+1$ على الشكل المثلثي.

(1ن) 4- استنتج $Arg(z')$ و $Arg(z'')$.

التمرين الرابع: (2.5نقط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2,0,-2)$، $B(-2,1,-1)$ و $C(0,0,-1)$
والفلكة (S) ذات المعادلة : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$.

(1 ن) 1- احسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ واستنتج معادلة ديكالرتية للمستوى (ABC) .

(0.5 ن)2- حدد مركز وشعاع الفلكة (S) .

(1ن) 3- بين أن (ABC) مماس للفلكة (S) و حدد نقطة التماس.

مسألة: (9نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=\begin{cases} x\sqrt[3]{x+1}, x \geq -1 \\ (1-x^2)e^{\frac{-x^2}{2}}, x \prec -1 \end{cases}$.

وليكن C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

-I

(0.25 ن) 1- أ- ادرس اتصال f في 1-

(0.5 ن) ب- بين أن $\lim\limits_{x\to -1^+} \frac{f(x)}{x+1} = -\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

(0.25 ن) ت- بين أن f قابلة للاشتقاق في -1^- ثم فسر النتيجة هندسيا.

(0.5 ن) ج – احسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

(0.5 ن) د- بين أن $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 0$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

(0.5 ن) 2- أ- بين أن $f'(x)=\begin{cases} \frac{4x+3}{3\sqrt[3]{(x+1)^2}}, x \succ -1 \\ x(x^2-3)e^{\frac{-x^2}{2}}, x \prec -1 \end{cases}$.

(0.5 ن) ب- ضع جدول تغيرات f

(0.5 ن) 3- بين أن $f(x) \geq x$ لكل x من المجال $[-1,+\infty[$.

(0.5 ن) 4 - أ- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس C_f في النقطة ذات الأفصول 0.

(1ن) ب- أنشئ C_f و (T). (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و $\sqrt[3]{\frac{1}{4}} \approx 0.6$ و $e^{\frac{-3}{2}} \approx 0.2$).

-II

ليكن h قصور الدالة f على المجال $[-1,+\infty[$.

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي: $\begin{cases} U_0 \in [-1,+\infty[, (U_0 \neq 0) \\ U_{n+1} = h(U_n), \forall n \geq 0 \end{cases}$.

(1ن) 1- بين أن $(U_n)_{n\geq 0}$ تزايدية.

2- نفترض أن $-1 \leq U_0 \prec 0$

(0.5 ن) أ- بين أن $-1 \leq U_n \prec 0$ لكل n من IN.

(0.75 ن) ب- بين أن $(U_n)_{n\geq 0}$ متقاربة و احسب نهايتها.

3- نفترض أن $U_0 \succ 0$ و ليكن λ العدد الحقيقي التالي $\lambda = U_0(\sqrt[3]{U_0+1}-1)$.

(0.75 ن) أ- بين أن $U_{n+1} - U_n \geq \lambda$ لكل n من IN .

(0.75 ن) ب- بين أن $U_n \geq U_0 + n\lambda$ لكل n من IN .

(0.25 ن) ج- استنتج نهاية $(U_n)_{n\geq 0}$.