الجداء السلمي في الفضاء

- لتكن المتجهتين $\vec{v}(a',b',c')$ و $\vec{u}(a,b,c)$ الجداء السلمي نرمز له ب $\vec{u}.\vec{v}$: حيث $\vec{u}.\vec{v}=\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}a'\\b'\\c'\end{pmatrix}=aa'+bb'+cc'$

- **المسافة AB**

$$AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2+(z_A-z_B)^2}$$
$$=\|\overrightarrow{AB}\|$$

- **متجهة منظمية على مستوى**

كل متجهة موجهة لمستقيم عمودي على مستوى (P) تسمى متجهة منظمية على (P) ونرمز لها ب $\vec{n}$

- مجموعة النقط M حيث $\vec{n}.\overrightarrow{AM}=k$ حيث $\vec{n}$ غير منعدمة و A نقطة معلومة k عدد حقيقي هي مستوى يمر من A ويقبل $\vec{n}$ متجهة منظمية عليه
- مجموعة النقط $M(x,y,z)$ حيث $ax+by+cz+d=0$ هي مستوى يقبل $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية عليه .
- إذا كانت $\vec{n}(a,b,c)$ منظمية على (P) فإن

$$M(x,y,z)\in P\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}\bullet\vec{n}=0\Leftrightarrow ax+by+cz+d=0$$

- **التوازي le parallélisme**

نعتبر المستويين : (P): ax+by+cz+d=0
(P'):a'x+b'y+c'z+d'=0

$$\begin{vmatrix}a&b\\a'&b'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}b&c\\b'&c'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a&c\\a'&c'\end{vmatrix}=0\Leftrightarrow P\|P'$$

يكون P و P' متقاطعين اذا وفقط إذا كانت إحدى هذه المحددات غير منعدمة .

نتيجة : كل مستوى موازٍ للمستوى (P): ax+by+cz+d=0 له معادلة على الشكل : ax+by+cz+d'=0

- $D(A,\vec{u}(\alpha,\beta,\gamma))$; $D'(B,\vec{u}'(\alpha',\beta',\gamma'))$ مستقيمين

$$D\|D'\Leftrightarrow\begin{vmatrix}\alpha&\alpha'\\\beta&\beta'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\alpha&\alpha'\\\gamma&\gamma'\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\beta&\beta'\\\gamma&\gamma'\end{vmatrix}=0$$

- $P\|D\Leftrightarrow\det(\vec{u},\vec{v},\vec{w})=0$ (حيث $\vec{w},\vec{v}$ موجهتين ل (P))

- **التعامد: l ortogonalité**

نعتبر المستويين : (P): ax+by+cz+d=0
(P'):a'x+b'y+c'z+d'=0

$$P\perp P'\Leftrightarrow aa'+bb'+cc'=0$$
$$D\perp P\Leftrightarrow\vec{u}=k\vec{n}(a,b,c)$$

- **توازي وتعامد مستقيم ومستوى**

ليكن $D(A,\vec{u})$ و (P) يقبل $\vec{n}$ متجهة منظمية عليه :

$$D//P\Leftrightarrow\vec{u}.\vec{n}=0$$

$D\perp P\Leftrightarrow$ $\vec{n}$ و $\vec{u}$ مستقيميتين

مسافة نقطة عن مستوى

$A(x_0,y_0,z_0)$ و (P): ax+by+cz+d=0

$$d(A,P)=\frac{|ax_0+by_0y+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

الجداء المتجهي

المعلم متعامد ممنظم مباشر

- $\vec{u}(a,b,c)$; $\vec{v}(a',b',c')$ متجهتين , الجداء المتجهي لهما هي المتجهة $\vec{w}$ ونرمز لها ب $\vec{u}\wedge\vec{v}$ حيث :

$$\vec{u}\wedge\vec{v}=\vec{w}\left(\begin{vmatrix}b&b'\\c&c'\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}a&a'\\c&c'\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a&a'\\b&b'\end{vmatrix}\right)$$

- معادلة المستوى (ABC) نحصل عليها من خلال العلاقة

$$M\in P\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC})=0$$

- **مساحة مثلث** ABC هي : $S=\dfrac{\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\|}{2}$
- **مسافة نقطة** A عن مستقيم $D(B,\vec{u})$ هي $d(A,D)=\dfrac{\|\overrightarrow{AB}\wedge\vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$
- $P(A,\vec{u},\vec{v})$ مستوى يمر من A وموجه بالمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$

المتجهة $\vec{n}=\vec{u}\wedge\vec{v}$ متجهة منظمية على (P)

- إذا كان D=P∩Q فإن المتجهة $\vec{n}$ موجهة ل (D) والعادلتين الديكارتيتين ل(D) هما

$$(D)\begin{cases}ax+by+cz+d=0 & (P)\\a'x+b'y+c'z+d'=0 & (Q)\end{cases}$$

الفلكة

- (S) **فلكة أحد أقطارها** [AB] : $M\in S\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$
- (S) **فلكة مركزها** Ω(a,b,c) وشعاعها r معادلة (S) هي $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$
- المعادلة : $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ هي معادلة فلكة مركزها Ω(a,b,c) وشعاعها $r=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$ (إذا كانت $a^2+b^2+c^2-d>0$)
- **تمثيل بارامتري لفلكة** مركزها $\Omega(a,b,c)$ وشعاعها **R**

$$\begin{cases}x=a+R\sin\varphi\cos\alpha\\y=b+R\sin\varphi\sin\alpha & (\varphi,\alpha\in\mathbb{R})\\z=c+R\cos\varphi\end{cases}$$

- (S) فلكة مركزها Ω وشعاعها r و (P) مستوى .
- $d(\Omega,P)=r\Leftrightarrow S\cap P=\{H\}$ (P) مماس ل (S)
- $d(\Omega,P)>r\Leftrightarrow S\cap P=\varnothing$
- $d(\Omega,P)<r\Leftrightarrow S\cap P=C(H,r')$ حيث C دائرة مركزها H وشعاعها r' مع

$r'=\sqrt{r^2-(d(\Omega,P))^2}$ و H هو المسقط العمودي ل Ω على (P)

- (S) فلكة مركزها Ω وشعاعها r و(D) مستقيم
  - o $d(\Omega,D)=r\Leftrightarrow S\cap D=\{A\}$ (D مماس ل S)
  - o $d(\Omega,D)>r\Leftrightarrow S\cap D=\varnothing$
  - $d(\Omega,D)<r\Leftrightarrow S\cap D=\{A,B\}$

نحصل على التقاطع بتعويض تمثيل بارامتري (D) في معادلة (P)

- معادلة المماس (P) ل(S) في A نحصل عليها من العلاقة

$$M\in P\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{A\Omega}=0$$

المسقط العمودي لنقطة على مستوى

A نقطة من الفضاء و (P) مستوى

H المسقط العمودي لA على (P) $\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AH}=t\vec{n}\ ,\ t\in IR\\H\in P\end{cases}$