أكاديمية الجهة الشرقية

سلسلة 13: الجداء المتجي في الفضاء

المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض والعلوم الزراعية

الأستاذ: نجيب عثماني

تمرين 1: الفضاء منسوب إلى أساس متعامد ممنظم مباشر $(\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. أحسب $\|\vec{u}\wedge\vec{v}\|$ إذا علمت أن:

$\|\vec{v}\|=3$ و $\|\vec{u}\|=1$ و $(\overline{\vec{u};\vec{v}})=\frac{\pi}{3}$

تمرين 2: ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا و M و N النقطتين المعرفتين بما يلي: $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}$ و $\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) بين أن : $\overrightarrow{NM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{NG}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

2) أحسب : $\overrightarrow{NM}\wedge\overrightarrow{NG}$

3) ماذا تستنتج ؟

تمرين 3: الفضاء منسوب إلى أساس متعامد ممنظم مباشر $(\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ و $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$ أحسب $\vec{u}\wedge\vec{v}$

تمرين 4: $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ و $\vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}-\vec{k}$

أحسب $\vec{u}\wedge\vec{v}$

تمرين 5: نعتبر في الفضاء النقط:

$A(0;1;2)$ و $B(1;1;0)$ و $C(1;0;1)$

1. حدد إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ وتأكد أن النقط A و B و C غير مستقيمية
2. أحسب مساحة المثلث ABC
3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

تمرين 6: نعتبر النقط $A(1;1;0)$ و $B(2;3;4)$ و $C(-1;0;3)$

1. حدد إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ وبين أن النقط A و B و C غير مستقيمية
2. أحسب مساحة المثلث ABC
3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

تمرين 7: أحسب مسافة النقطة $M(2;1;1)$ عن المستقيم (D) المعرف بما يلي:

$$(D):\begin{cases}x=1\\ y=1-3t\ (t\in\mathbb{R})\\ z=4t\end{cases}$$

تمرين 8: أحسب مسافة النقطة $B(0;1;2)$ عن المستقيم (D) المعرف بما يلي:

$$(D):\begin{cases}x=-1+t\\ y=2-t\quad(t\in\mathbb{R})\\ z=2t\end{cases}$$

تمرين 9: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $(x-1)^2+y^2+z^2-2y-5=0$.

1. حدد Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها r.
2. نعتبر النقطتين $A(-1;2;1)$ و $B(2;-1;1)$, أحسب مساحة المثلث $AB\Omega$.
3. حدد معادلة ديكارتية للمستوى المماس للفلكة في النقطة A.

تمرين 10: الفضاء ξ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط : $A(1;0;-1)$ و $B(1;3;-1)$ و $C\left(-\frac{1}{3};1;0\right)$.

1. حدد $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية.
2. حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المعرف بالنقط A و B و C .
3. لتكن الفلكة (S) ذات الشعاع $r=1$ و المركز $\Omega(0,0,1)$.

أ. أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) .

ب. بين أن الفلكة (S) مماسة للمستوى (P).

ج. حدد مثلوث إحداثيات نقطة التماس.

تمرين 11: في الفضاء (ξ) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(5;-1;2)$ و $B(1;-3;-2)$ و $C(-2;-1;2)$.

1) أحسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج مساحة المثلث ABC.

2) أحسب $\left|\sin\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)\right|$.

3) أحسب مسافة النقطة B عن المستقيم (AC).

تمرين 12: ننسب الفضاء إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر الفلكة (S) التي إحدى معادلاتها الديكارتية هي: $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4=0$ و المستوى (P) الذي إحدى معادلاته الديكارتية هي: $2x+2y-3z+2+3\sqrt{17}=0$.

1. تحقق من أن الفلكة (S) مركزها $\Omega(1,-2,0)$ و شعاعها 3.
2. بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

3. نعتبر المستقيم (Δ) المار من النقطة $A(1;-3;5)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(2;2;-3)$.

أ. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ).

ب. حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{U} \wedge \overrightarrow{A\Omega}$.

ج. استنتج أن (Δ) مماس للفلكة (S) ثم حدد مثلوث إحداثيات نقطة التماس.

د. بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوى (P) و حدد مثلوث إحداثيات B نقطة تقاطعهما.

<u>تمرين13:</u> في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر $A(3;-1;0)$ و $B(1;-1;2)$ و $C(0;0;1)$.

1) أحسب: $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

2) استنتج معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1;-1;0)$ و شعاعها $R = A\Omega$.

4) تحقق من أن: $A \in (S)$ و $B \in (S)$.

5) حدد تقاطع الفلكة (S) و المستوى (ABC).

<u>تمرين14:</u> في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر $A(3;0;0)$ و $B(-1;1;0)$ و $C(-1;1;0)$.

1) أحسب: $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

2) استنتج أن: $x-2y+2z+3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1;-1;0)$ و شعاعها $R=2$.

4) ليكن المستوى المعرف بالمعادلة: $2x+2y+z+3=0$

أ. بين أن: المستويين (ABC) و (Q) متعامدان.

ب. بين أن: المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة وحدد مركزها وشعاعها

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien