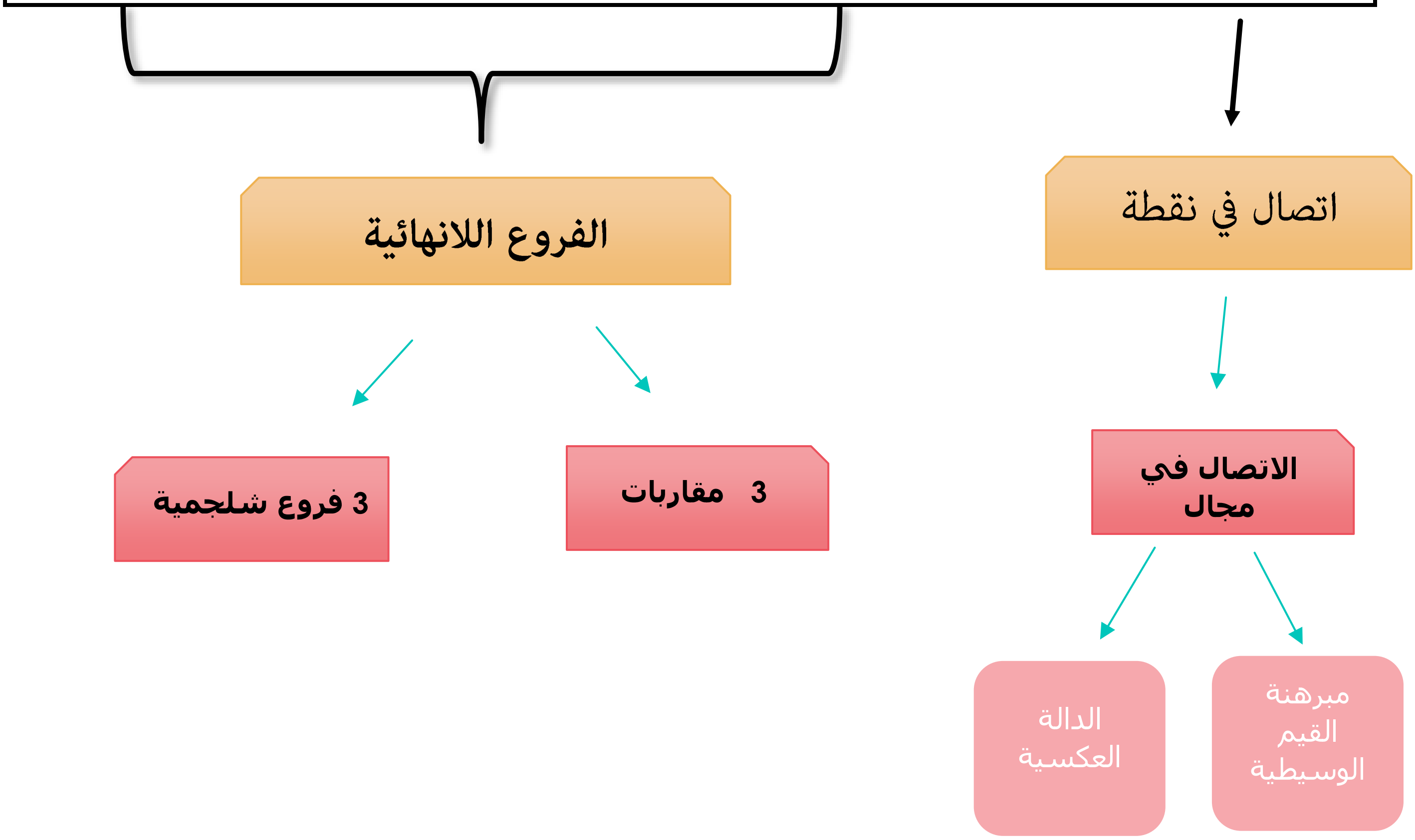
1. هناك أربع أنواع من النهايات

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$ # $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = b$ # $\lim_{x \to a} f(x) = \pm\infty$ # $\lim_{x \to a} f(x) = b$ #



2. الاتصال في نقطة :

نقول أن f متصلة في العدد x_0 اذا تحقق ما يلي : $\lim_{x \to x_0} f(x) = l = f(x_0)$ حيث : $l \in \mathbb{R}$

3. الاتصال على مجال :

تكون f متصلة على مجال مفتوح $]a,b[$ إذا كانت f متصلة في كل عنصر من المجال $]a,b[$

5

العمليات على الدوال المتصلة و نتائج :

العمليات على الدوال المتصلة	لتكن f و g دالتين متصلتين على مجال I و k عدد حقيقي • الدوال $f+g$ و $f\times g$ و kf متصلة على المجال I • إذا كانت g لا تنعدم على فإن الدالتين $\frac{1}{g}$ و $\frac{f}{g}$ متصلتين على المجال I
نتائج :	• كل دالة حدودية متصلة على $\mathbb{R}$ • كل دالة جذرية ودالة لا جذرية متصلة على مجموعة تعريفها • الدالة اللوغاريثمية $\ln(x)$ متصلة على $]0,+\infty[$ • الدالة الأسية e^x متصلة على $\mathbb{R}$

لتحديد صورة مجال :

المجال I	المجال $f(I)$: f تناقصية على I	المجال $f(I)$: f تزايدية على I
$[a,b]$	$f([a,b])=[f(b),f(a)]$	$f([a,b])=[f(a),f(b)]$
$[a,b[$	$f([a,b[)=\left]\lim\limits_{x\to b^-}f(x),f(a)\right]$	$f([a,b[)=\left[f(a),\lim\limits_{x\to b^-}f(x)\right[$
$]a,b]$	$f(]a,b])=\left[f(b),\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\right[$	$f(]a,b])=\left]\lim\limits_{x\to a^+}f(x),f(b)\right]$
$]a,b[$	$f(]a,b[)=\left]\lim\limits_{x\to b^-}f(x),\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\right[$	$f(]a,b[)=\left]\lim\limits_{x\to a^+}f(x),\lim\limits_{x\to b^-}f(x)\right[$
$[a,+\infty[$	$f([a,+\infty[)=\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x),f(a)\right]$	$f([a,+\infty[)=\left[f(a),\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$
$]a,+\infty[$	$f(]a,+\infty[)=\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x),\lim\limits_{x\to a^+}f(x)\right[$	$f(]a,+\infty[)=\left]\lim\limits_{x\to a^+}f(x),\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$
$]-\infty,b]$	$f(]-\infty,b])=\left[f(b),\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[$	$f(]-\infty,b])=\left]\lim\limits_{x\to-\infty}f(x),f(b)\right]$
$]-\infty,b[$	$f(]-\infty,b[)=\left]\lim\limits_{x\to b^-}f(x),\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[$	$f(]-\infty,b[)=\left]\lim\limits_{x\to-\infty}f(x),\lim\limits_{x\to b^-}f(x)\right[$
$\mathbb{R}$	$f(\mathbb{R})=\left]\lim\limits_{x\to+\infty}f(x),\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)\right[$	$f(\mathbb{R})=\left]\lim\limits_{x\to-\infty}f(x),\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)\right[$

معلومة بيناتنا : صورة مجال أتنفعنا ف مبرهنة القيم الوسيطية و الدالة العكسية أو باش تحسبها ضروري تكون الدالة رتيبة

4. مبرهنة القيم الوسيطية :

بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على مجال مفتوح I

شروطها :

- f متصلة على المجال I
- f رتيبة على المجال I
- $0 \in f(I)$
- اذا طلب التحقق أن $\alpha \in]a,b[$ نتحقق من أن : $f(a) \times f(b) < 0$

ملاحظات :

عند الإجابة على هذا السؤال نستنتج ما يلي :

✓ **مبيانيا :** (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α

✓ **جبريا :** $f(\alpha)=0$

5. الدالة العكسية

سؤال : **بين أن** f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال J

جواب : **نبين أن** f دالة **متصلة و رتيبة قطعا** على المجال I فإن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $J = f(I)$

لتحديد صيغة الدالة العكسية :

نستعين بالتكافؤ التالي :

$$\begin{cases} \forall x \in J & \forall y \in I \\ f^{-1}(x)=y \Leftrightarrow f(y)=x \end{cases}$$

اتصال الدالة العكسية

إذا كانت f دالة **متصلة و رتيبة** قطعا على المجال I

فإن الدالة عكسية f^{-1} متصلة على المجال $f(I)$

اشتقاق الدالة العكسية

لتكن f دالة **متصلة** و **رتيبة** قطعا على المجال I

إذا كانت f قابلة للاشتقاق على المجال I و $f' \neq 0$

فلدينا ،

$$\forall x \in f(I) \quad (f^{-1})'(x_0) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x_0))}$$

التمثيلان المبيانيان للدالتين f و f' متماثلان للمنصف الأول للمعلم