

الاتصال

التمرين الأول (حول النهايات)

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x\sqrt{5} - 5\sqrt{x}}{x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 3x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + 1 + \sqrt{x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} 4x\sqrt{x} - 3x^2$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x^2}{3 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{3x - 2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x\sqrt{x} - 8}{x - 4}$
$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} \frac{x^2 - 5}{x^2 + x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x+1}}{x - 1}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - \sqrt{7 - 3x}}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 2x} - x$

التمرين الثاني (اتصال في نقطة)

<p>لتكن f الدالة المعرفة بما يلي:</p> $\begin{cases} f(-2) = \frac{1}{2} \\ f(x) = \frac{\sqrt{8+2x} - 2}{x+2} \quad x \geq -6 ; x \neq -2 \end{cases}$ <p>أدرس اتصال الدالة f في النقطة -2</p>	<p>لتكن f الدالة المعرفة بما يلي:</p> $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x} \quad x \neq 0 \end{cases}$ <p>أدرس اتصال الدالة f في النقطة 0</p>
--	---

<p>لتكن f الدالة المعرفة بما يلي:</p> $\begin{cases} f(x) = \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x^2 - 1} \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^+ - \{1\} \\ f(1) = a \end{cases}$ <p>حدد العدد a كي تكون الدالة f متصلة في 1</p>	<p>نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي:</p> $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + a}$ <p>حدد العدد الحقيقي بحيث تكون الدالة f متصلة في النقطة $A(2,1)$</p>
--	---

التمرين الثالث (اتصال على يمين - اتصال على يسار)

<p>نعتبر الدالة f بحيث:</p> $\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \sqrt{2x+5}}{x^2 + 2x} \quad x > -2 \\ f(-2) = -\frac{1}{2} \\ f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+2)(x-2)} \quad x < -2 \end{cases}$ <p>أدرس اتصال الدالة f في النقطة</p>	<p>نعتبر الدالة f بحيث:</p> $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+5} - 2}{x+1} \quad x > -1 \\ f(-1) = \frac{1}{4} \\ f(x) = \frac{-x^2 + 1}{(x+1)(3-5x)} \quad x < -1 \end{cases}$ <p>1) بين أن f متصلة على يمين النقطة $x_0 = -1$ 2) هل الدالة f متصلة في النقطة $x_0 = -1$</p>
<p>حدد العدد b كي تكون f متصلة في $x_0 = -1$</p>	<p>نعتبر الدالة f بحيث:</p> $\begin{cases} f(x) = \frac{x+b}{x^2+1} \quad x < -1 \\ f(x) = \frac{bx-1}{x+2} \quad x > -1 \end{cases}$

الاتصال

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + x + b}{x^2 - 1} & x < 1 \\ f(1) = a \\ f(x) = \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - 1} & x > 1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة f بحيث :

1- حدد تبعاً لقيم b النهاية $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x)$

2- حدد a, b كي تكون f متصلة في $x_0 = 1$

التمرين الرابع (اتصال على مجال)

أدرس اتصال الدالة f على المجال I في كل من الحالات التالية :

$I = [1, +\infty[$ و $f(x) = \frac{2}{x} + 3\sqrt{x^2 - 1}$ (1) (2)	$I = \mathbb{R}$ و $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{3 + \cos x}$ (1)
$\begin{cases} f(x) = \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x^2 + x} ; & x \in [-4, +\infty[- \{0\} \\ f(0) = -1 \end{cases}$ (4)	$I = \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ و $f(x) = \sin\left(2\sqrt{x} + \frac{\pi}{3}\right)$ (3)
$I = [-4, +\infty[$ و	

التمرين الخامس (مبرهنة القيم الوسطية)

1) لتكن الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$

أ- بين أن الدالة f تنعدم في المجال $[1; 2]$

ب- بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلاً على الأقل في $[1; 2]$

2) بين أن المعادلة $x^4 - \frac{4}{x} + 1 = 0$ تقبل حلاً وحيداً في المجال $]1, 2[$

3) نضع $f(x) = x^3 + 3x - 5$ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α وأنجز جدول إشارة $f(x)$

4) لتكن f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

أ- ضع جدول تغيرات الدالة f

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً x_0 وأن $x_0 \in]0; 1[$

ج- باستعمال طريقة التفرع الثنائي حدد تأطيراً للعدد x_0 سعته $0,25$

التمرين السادس (دالة عكسية)

1) لتكن f دالة عددية معرفة ب: $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$

أ- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة

ب- ليكن g الدالة المعرفة على المجال $]-2, -1[$ بما يلي: $g(x) = f(x)$

ج- بين أن g تقبل من $]-2, -1[$ نحو مجال I ، يتم تحديده، دالة عكسية g^{-1} وعرفها

الاتصال

2) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي: $f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x-1}$

- أ- حدد D_f وأدرس اتصال f على D_f
 ب- أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة
 ج- بين أن f تقبل دالة عكسية من D_f نحو مجال I يتم تحديده وعرف دالتها العكسية f^{-1}

3) نعتبر الدالة f بحيث: $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{x+1}$

- أ- حدد D_f وأحسب نهايات f عند محدداتها
 ب- بين أن $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x}(x+1)^2}$ ثم أعط جدول تغيرات f
 ج- ليكن g الدالة f على المجال $I = [0,1]$ بما يلي: $g(x) = f(x)$
 بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده وعرفها
 4) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

- أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f
 ب- بين أن f تزايدية على D_f واستنتج أنها تقبل دالة عكسية f^{-1} محدا مجموعة تعريفها
 ج- تحقق أن $\frac{-1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x+1}$ ($\forall x \in D_f$) استنتج تعبير الدالة العكسية f^{-1}

التمرين السابع (دالة الجذر من النوني)

1) رتب الأعداد ترتيبا تناقصيا: $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{3}$

2) بسط العدد: $A = \frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{8} \sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2} \sqrt[4]{4}}$ و $B = \frac{\sqrt[15]{3} \sqrt[3]{9} \sqrt{3}}{\sqrt[4]{27} \sqrt[5]{9}}$

3) حل في \mathbb{R} المعادلات التالية: (a) $x^3 + 27 = 0$ (b) $\sqrt[3]{x} - \sqrt{x} = 0$

4) احسب النهايات التالية:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt[3]{x^2}}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 1}{x}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{x+1}}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{1-x}}{x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x+1} - 2\sqrt[3]{x}$

5) نعتبر الدالة f بحيث: $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + x}$

- أ- حدد D_f وأحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 ب- بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[1,2]$
 ج- لتكن g الدالة المعرفة على $I =]-\infty, -1]$ بما يلي: $g(x) = f(x)$
 بين أن g تقبل من I نحو مجال J دالة عكسية محدا المجال J
 أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J