

الاتصال

السلسلة 1 (10 تمارين)

التمرين 1 :

$$1. \text{ لتكن } f \text{ الدالة المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} ; x \neq 0 \\ f(0) = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ أدرس اتصال } f \text{ في } 0 .$$

$$2. \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{x^2-5x+6}{x^2-x-2} ; x \neq 2 \\ f(2) = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

أدرس اتصال الدالة f في النقطة 2 .

$$3. \text{ لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{x+1}-1} ; x \neq 0 \\ f(0) = 2 \end{cases} \text{ أدرص اتصال الدالة } f \text{ في } 0 .$$

$$4. \text{ لتكن } f \text{ الدالة العددية المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = x^2 + 2x + 3 ; x \geq -2 \\ f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} ; x < -2 \end{cases} \text{ أدرس اتصال } f \text{ في } -2 .$$

$$5. \text{ نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} f(x) = 2\frac{\sin(3x)}{x} + 1 ; x > 0 \\ f(x) = x + m - \frac{1}{2} ; x \leq 0 \end{cases} \text{ حدد قيمة } m \text{ لكي تكون } f \text{ متصلة في } 0 .$$

$$6. \text{ لتكن } g \text{ الدالة العددية للمتغير الحقيقي } x \text{ المعرفة بما يلي : } \begin{cases} g(x) = x - k ; x < 0 \\ g(0) = 2 \\ g(x) = 1 + \frac{\tan x}{x} ; x > 0 \end{cases} \text{ حيث } k \text{ عدد حقيقي.}$$

حدد قيمة k التي من أجلها تكون g متصلة في $x_0 = 0$.

التمرين 2 :

1. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$; $x \neq 2$: أدرس اتصال الدالة f على D_f
2. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = x^5 - 6x^2 + 3x + 7$: أدرس اتصال الدالة f على D_f
3. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = 2\sin x + 3\cos x$: أدرس اتصال الدالة f على D_f
4. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$: أدرس اتصال الدالة f على D_f
5. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 1}$: أدرس اتصال الدالة f على D_f
6. نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x) = (x^2 - 3x + 4) \times \cos x$: أدرس اتصال الدالة f على D_f
7. لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - x + 4}$: أدرس اتصال الدالة f على \mathbb{R}

التمرين 3 :

بين أن المعادلة (E) تقبل على الأقل حلا في المجال I في الحالتين التاليتين:

$$I = [0, 1]; (E): x^5 - x^3 + 5x - 4 = 0 \quad 1.$$

$$I = \left] \frac{\pi}{3}, \pi \right[; (E): 2\sin x = x \quad 2.$$

التمرين 4 :

بين أن المعادلة $x^3 + 2x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left] 1, \frac{3}{2} \right[$

التمرين 5 :

بين أن المعادلة $2x^3 + 7x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال \mathbb{R} و أن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

التمرين 6 :

لتكن f دالة عددية متصلة على مجال $[a, b]$ بحيث : $f(a) < ab$ و $f(b) > b^2$:
بين أن : $\exists c \in [a, b]: f(c) = bc$

التمرين 7 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = 2x^3 + x - 1$

1. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} ثم تحقق أن $0 < \alpha < 1$.
2. أدرس إشارة الدالة f .

التمرين 8 :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = \sin x + 2\cos x$

$$1. \text{ تحقق من أن: } g(0) > 0 \text{ و } g\left(\frac{\pi}{2}\right) < \frac{\pi}{2}$$

$$2. \text{ أثبت أن المعادلة } g(x) = x \text{ تقبل حلا على الأقل في المجال } \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

التمرين 9 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}$

$$1. \text{ أحسب } f(-1) \text{ و } f\left(\frac{-1}{2}\right) \text{ و } f(0) \text{ و } f(1)$$

$$2. \text{ استنتج أن المعادلة } f(x) = 0 \text{ تقبل على الأقل ثلاثة حلول في المجال } [-1; 1]$$

التمرين 10 :

لتكن f دالة متصلة و معرفة من مجال $[a; b]$ نحو $[a; b]$.

بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[a; b]$