

التمرین الأول

نعتبر المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $U_{n+1} = 2U_n - 1$ و $U_0 = 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_n > 1$ (1)

(2) أدرس رتبة المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(3) استنتج أن المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة وحدد نهايتها

(4) نضع $V_n = U_n - 1$ $\forall n \in \mathbb{N}$ يليه أن المتالية $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية واستنتاج الحد العام

$$S = \sum_{k=0}^{k=n-1} U_k \quad (5) \text{ أحسب بدلالة } n \text{ الجمجمة}$$

التمرین الثاني

للتالي $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ عدديه معرفة بما يلي : $U_{n+1} = \frac{9}{6-U_n}$ و $U_0 = -1$ $\forall n \in \mathbb{N}$ $U_n \neq 3$ ويبقى أن U_1 (1) أحسب ويبقى أن

$$(2) \text{ نضع } N \text{ مع } n \text{ لـ } V_n = \frac{1}{U_n - 3}$$

- أ - يليه أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية حسابية أحسب V_n بدلالة n

- ب - استنتاج U_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ بدلالة n وأحسب

التمرین الثالث

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{6U_n - 1}{3U_n + 2} \end{cases} \quad (1) \text{ للتالي } (U_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ عدديه معرفة بـ :}$$

- ج - يليه أن $U_n > 1$ (2)

- د - أدرس رتبة المتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

$$(3) \text{ نضع } N \text{ مع } n \text{ لـ } V_n = \frac{3U_n - 1}{U_n - 1}$$

- ح - يليه أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية وأحسب V_n بدلالة n

- ز - حدد الحد العام U_n بدلالة n وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ بدلالة n وأحسب

$$(4) \text{ أحسب الجمجمة } S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$$

التمرین الرابع

نعتبر المتالية $(U_n)_{n \geq 1}$ بحيث : $U_{n+1} = \frac{nU_n + 1}{n+1}$ و $U_1 = \frac{1}{2}$ (1)

﴿ أحسب U_2 ويبقى أن $U_n < 1$ لـ n مع N^* ﴾

﴿ يليه أن $(U_n)_{n \geq 1}$ تناسبية . ماذا تستنتج ﴾

﴿ يليه أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حسابية ﴾ $V_n = nU_n$ (2) نضع

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1 - \frac{1}{2n} \quad \text{﴿ استنتاج أن } U_n \text{ و أحسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n \text{ بـ } \frac{1}{2n} \text{ ﴾}$$

التمرین الخامس

للتالي $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية بحيث : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n$ و $U_0 = 2$ (1)

﴿ أحسب U_1 ويبقى أن $U_n \geq n$ ﴾

❖ استنطأ نهاية المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

❖ نصف 8 نهائياً n للكل $W_n = U_n - 4n + 8$

أ- يبيه أه $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية

ب- استنطأ U_n بدلالة n واحسب

التمرين السادس

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ بحيث: $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n$ و $U_0 = 2$

و نصف n للكل $V_n = U_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

أ- يبيه أه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$

ب) حدد V_n بدلالة n ثم استنطأ أه

ج) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

د) احسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

التمرين السابع

للتالي $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية عردية معروفة بـ:

$$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \frac{6U_n - 4}{U_n + 2} \end{cases}$$

أ- يبيه أه $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n > 2$

ب) درس رتابة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

ج) نصف n للكل $V_n = \frac{2}{U_n - 2}$

د- يبيه أه $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متالية حسابية و احسب V_n بدلالة n

ج- حدد الدل العام U_n بدلالة n و استنطأ

د- احسب الجمجم $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$

التمرين الثامن

متالية عردية معروفة بما يلي:

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{2U_n + 3}{U_n + 4} \\ U_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

أ- يبيه أه $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n \leq 1$

ب) درس رتابة $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ماذا تستنطأ؟

ج- يبيه أه $(\forall n \in \mathbb{N}) |U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{4} |U_n - 1|$

د- يبيه أه $(\forall n \in \mathbb{N}) |U_n - 1| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n$

التمرين التاسع

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعروفة بـ بما يلي :

$(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n < 3$ (1)

(2) أدرس رتبة المتالية $(U_n)_n$ (3) استنتج أن المتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

التمرين العاشر

$$U_{n+1} = \frac{2}{U_n - 1} \quad \text{و} \quad U_0 = -\frac{3}{2}$$

(3) أحسب U_1 وبيه أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : -2 < U_n < 0$

$$\text{نـ - بيـه أـه } (\forall n \in \mathbb{N}) : V_n = \frac{U_n + 1}{U_n - 2}$$

ـ نـ - بيـه أـه $(V_n)_n$ متـالـية هـندـسـيـة أـحـسـب V_n بـدـالـة n

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n \quad \text{ـ نـ - استـنـجـ بـدـالـة } n \quad \text{ـ نـ - استـنـجـ } U_n \text{ بـدـالـة } n \text{ وـ نـ - اـسـتـنـجـ بـدـالـة } n$$

التمرين الحادى عـشر

$$U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 1 \quad \text{و} \quad U_0 = 1$$

(1) بيـه أـه $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n < 2$ (2) أدرس رتبة المتالية $(U_n)_n$ (3) استـنـجـ أـهـ المتـالـية $(U_n)_n$ متـقـارـبةـ وـحدـدـ نهاـيـتهاـ

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n \quad \text{ـ نـ - بيـه أـهـ المتـالـيةـ } V_n = U_n - 2 \quad \text{ـ نـ - استـنـجـ بـدـالـة } n \quad \text{ـ نـ - اـسـتـنـجـ بـدـالـة } n \quad \text{ـ نـ - حـدـدـ نهاـيـتهاـ}$$

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} U_k \quad \text{(5) أـحـسـبـ بـدـالـة } n \text{ الـجـمـعـ}$$

التمرين الثانـيـ عـشر

$$U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{2U_n + 5} \quad \text{و} \quad U_0 = -\frac{3}{4}$$

1. بيـه أـه $(\forall n \in \mathbb{N}) : -1 < U_n < -\frac{1}{2}$ ـ 2. أـدرسـ رـتـابـةـ $(U_n)_n$ مـاـذـاـ سـنـنـجـ ؟

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \left| U_{n+1} + \frac{1}{2} \right| \leq \frac{6}{7} \left| U_n + \frac{1}{2} \right|$$

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad \left| U_n + \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{4} \left(\frac{6}{7} \right)^n \quad \text{ـ بيـه أـهـ}$$

التمرين الثـالـثـ عـشر

$$f(x) = x^2 + x \quad \text{ـ نـ - بيـهـ المتـالـيةـ } (U_n)_n \text{ المـعـرـفـةـ بـماـ يـلـيـ : } U_{n+1} = U_n + U_n^2 \quad \text{ـ نـ - بيـهـ } f([-1, 0]) \subseteq [-1, 0]$$

(1) بيـهـ أـهـ $f([-1, 0]) \subseteq [-1, 0]$ (2) أـ - بيـهـ أـهـ $(\forall n \in \mathbb{N}) : U_n \in [-1, 0]$ ـ بـ - بيـهـ أـهـ $(U_n)_n$ متـالـيةـ تـزاـيدـةـ

$$(3) \text{ـ بيـهـ أـهـ متـقـارـبةـ لـمـ أـحـسـبـ } \lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$$