## التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = 2U_n - 1$

1) بين أن $U_n > 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

4) نضع $V_n = U_n - 1$ بين أن المتتالية $(V_n)_n$ هندسية و استنتج الحد العام $U_n$ بدلالة $n$

5) أحسب بدلالة $n$ الجمع $S = \sum_{k=0}^{k=n-1} U_k$

## التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $U_0 = -1$ و $U_{n+1} = \dfrac{9}{6 - U_n}$

1) أحسب $U_1$ وبين أن $U_n \neq 3$ : $(\forall n \in \mathbb{N})$

2) نضع $V_n = \dfrac{1}{U_n - 3}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أحسب $V_n$ بدلالة $n$

ب- استنتج $U_n$ بدلالة $n$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

## التمرين الثالث

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{6U_n - 1}{3U_n + 2} \end{cases}$

ج- بين أن $U_n > 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = \dfrac{3U_n - 1}{U_n - 1}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

ج- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب $V_n$ بدلالة $n$

ج- حدد الحد العام $U_n$ بدلالة $n$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

ج- أحسب الجمع $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + .... + V_{n-1}$

## التمرين الرابع

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\geq1}$ بحيث: $U_1 = \dfrac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \dfrac{nU_n + 1}{n+1}$

❶ ➢ أحسب $U_2$ وبين أن $U_n < 1$ لكل $n$ من $\mathbb{N}^*$

➢ بين أن $(U_n)_{n\geq1}$ تزايدية . ماذا تستنتج

❷ نضع $V_n = nU_n$ ➢ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية

➢ استنتج أن $U_n = 1 - \dfrac{1}{2n}$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

## التمرين الخامس

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \dfrac{1}{2}U_n + 2n$

❖ أحسب $U_1$ وبين أن $U_n \geq n$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

❖ استنتج نهاية المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

❖ نضع $W_n = U_n - 4n + 8$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية

ب- استنتج $U_n$ بدلالة $n$ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

## التمرين السادس

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n$

و نضع $V_n = U_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

a) بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$

b) حدد $V_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج أن $U_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n + \left(\frac{3}{4}\right)^n$

c) حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

d) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$

## التمرين السابع

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{6U_n - 4}{U_n + 2} \end{cases}$

ج- بين أن $U_n > 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = \dfrac{2}{U_n - 2}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

ج- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية و أحسب $V_n$ بدلالة $n$

ج- حدد الحد العام $U_n$ بدلالة $n$ و أستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

ج- أحسب الجمع $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + .... + V_{n-1}$

## التمرين الثامن

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{2U_n + 3}{U_n + 4} \\ U_0 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

4- بين أن $0 < U_n \leq 1$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2- أدرس رتابة $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ماذا تستنتج ؟

3- بين أن $|U_{n+1} - 1| \leq \frac{1}{4}|U_n - 1|$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

4- بين أن $|U_n - 1| \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ ثم حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

## التمرين التاسع

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \sqrt{2U_n + 3}$

1) بين أن $0 < U_n < 3$ $(\forall n \in \mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

## التمرين العاشر

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $U_0=-\dfrac{3}{2}$ و $U_{n+1}=\dfrac{2}{U_n-1}$

3) أحسب $U_1$ وبين أن $-2<U_n<0$ : $(\forall n\in\mathbb{N})$

4) نضع $V_n=\dfrac{U_n+1}{U_n-2}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

ت- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أحسب $V_n$ بدلالة $n$

ث- استنتج $U_n$ بدلالة $n$ و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

## التمرين الحادي عشر

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بنا يلي : $U_0=1$ و $U_{n+1}=\dfrac{1}{2}U_n+1$

1) بين أن $U_n<2$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة وحدد نهايتها

4) نضع $V_n=U_n-2$ بين أن المتتالية $(V_n)_n$ هندسية و استنتج الحد العام $U_n$ بدلالة $n$ و حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

5) أحسب بدلالة $n$ الجمع $S=\sum\limits_{k=0}^{k=n-1}U_k$

## التمرين الثاني عشر

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $U_0=-\dfrac{3}{4}$ و $U_{n+1}=\dfrac{2U_n-1}{2U_n+5}$

1. بين أن $-1<U_n<-\dfrac{1}{2}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2. أدرس رتابة $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ماذا تستنتج ؟

3. بين أن $\left|U_{n+1}+\dfrac{1}{2}\right|\leq\dfrac{6}{7}\left|U_n+\dfrac{1}{2}\right|$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

بين أن $\left|U_n+\dfrac{1}{2}\right|\leq\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{6}{7}\right)^n$ $(\forall n\in\mathbb{N})$ ثم حدد نهاية المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

## التمرين الثالث عشر

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $U_0\in\,]-1,0[$ و $U_{n+1}=U_n+U_n^2$ و نضع $f(x)=x^2+x$

1) بين أن $f(]-1,0[)\subseteq\,]-1,0[$

2) أ- بين أن $U_n\in\,]-1,0[$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- بين أن ا $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية تزايدية

3) بين أن متقاربة ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$