تمرين رقم 1

$(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ: $\begin{cases} U_0=6 \\ U_{n+1}=\dfrac{7U_n-25}{U_n-3} \end{cases}$

1- أ- بين أن $U_n>5$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

2- نضع $V_n=\dfrac{1}{U_n-5}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ حسابية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n

تمرين رقم 2

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $\begin{cases} U_0=\sqrt{2} \\ U_{n+1}=\dfrac{3U_n}{\sqrt{9+U_n^2}} \end{cases}$

1) تحقق أن $U_n>0$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) نضع $V_n=\dfrac{18}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ حسابية

a- أحسب U_n بدلالة n ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

b- أحسب بدلالة n الجمع $S=\dfrac{1}{U_0^2}+\dfrac{1}{U_1^2}+....+\dfrac{1}{U_n^2}$

تمرين رقم 3

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ بحيث: $U_0=1$ و $U_{n+1}=\dfrac{U_n}{3^nU_n+3}$ و نضع $V_n=\dfrac{1}{3^nU_n}$

☺ أحسب $V_0\,;V_1$ و U_1

☺ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية ثم أحسب V_n بدلالة n

☺ استنتج أن $U_n=\dfrac{1}{3^{n-1}(n+3)}$ ثم حدد $\lim\limits_{x\to+\infty}U_n$

تمرين رقم 4

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية عددية معرفة بما يلي: $\begin{cases} U_{n+1}=\dfrac{7U_n+3}{3U_n+7} \quad n\in\mathbb{N}^* \\ U_1=\dfrac{7}{3} \end{cases}$

① أ- بين أن $U_n\geq 1$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

ب- بين أن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ تناقصية . ماذا تستنتج ؟

② نضع $V_n=\dfrac{U_n-1}{U_n+1}$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ هندسية ثم أحسب V_n بدلالة n

ب- استنتج U_n بدلالة n ثم حدد نهاية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$

تمرين رقم 5

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية بحيث :

$U_0=2$ و $U_{n+1}=\sqrt{\dfrac{1}{3}U_n^2+2}$

1- أ- بين أن $U_n\geq\sqrt{3}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ ماذا تستنتج ؟

2- نضع $V_n=U_n^2-3$

أ- بين أن $(V_n)_n$ هندسية و أحسب V_n بدلالة n

ب- حدد الحد العام U_n بدلالة n

ج- أحسب الجمع $S_n=U_0^2+U_1^2+......+U_n^2$

تمرين رقم 6

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية بحيث :

$6U_{n+2}=5U_{n+1}-U_n$ و $U_0=12\,;\,U_1=\dfrac{11}{2}$

➢ أحسب $U_2\,;\,U_3$

➢ نضع $W_n=3U_{n+1}-U_n$ بين أن $(w_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية محددا أساسها ثم حدد الحد العام W_n بدلالة n

➢ بين أن $U_{n+1}=\dfrac{1}{3}U_n+\dfrac{3}{2^{n+1}}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

➢ نضع $V_n=U_n-\dfrac{9}{2^n}$ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية وحدد V_n بدلالة n استنتج U_n بدلالة n

تمرين رقم 7

لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية معرفة بـ: $U_0=1$

و $U_{n+1}=\dfrac{1}{4}(2U_n+n+2)$ ونضع $V_n=2U_n-n$

⬅ أحسب $U_1\,;V_0\,;V_1$

⬅ بين أن $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية محددا أساسها q

⬅ أحسب الحد العام V_n بدلالة n

⬅ استنتج U_n بدلالة n