



.01

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n} ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

.01 بين أن: $0 \leq u_n \leq 3$: $\forall n \geq 0$.

.02 نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$; $\forall n \in \mathbb{N}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية وحدد عناصرها المميزة . **ب-** أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

.02

$$\begin{cases} u_0 > 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2+(u_n)^2} ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(1) بين أن: $u_n > 0$: $\forall n \geq 0$.

(2) بين أن: $(u_n)_{n \geq 0}$ تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) **أ-** بين أن: $u_{n+1} \leq \frac{u_n}{2}$: $\forall n \geq 0$. **ب-** استنتج أن: $u_n \leq \frac{u_0}{2^n}$: $\forall n \geq 0$. **ج-** استنتج نهاية المتتالية u_n .

.03

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{u_n}{5+4u_n} \end{cases}$$

.01 **أ-** أحسب: u_1 و u_2 . **ب-** بين أن: $u_n > 0$: $\forall n \geq 0$. **ج-** بين أن: u_n تناقصية. **د-** استنتج تقارب المتتالية u_n .

.02 **أ-** بين أن: $u_{n+1} \leq \frac{1}{5} u_n$: $\forall n \geq 0$. **ب-** بين أن: $u_n \leq 3 \left(\frac{1}{5}\right)^n$: $\forall n \geq 0$.

ج- استنتج أن: $0 < u_n \leq 3 \left(\frac{1}{5}\right)^n$: $\forall n \geq 0$. **د-** أوجد النهاية التالية: $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

لتكن u_n و v_n متتاليتين معرفتين بما يلي: لكل n من \mathbb{N} : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 1}{4} ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 2 \\ v_{n+1} = \frac{3v_n + 1}{4} ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$.



• طريقة 1 لتحديد نهاية u_n .

1. نعتبر المتتالية s_n المعرفة ب : $s_n = u_n + v_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$, بين بالترجع أن المتتالية s_n ثابتة .

2. نعتبر المتتالية d_n المعرفة ب : $d_n = v_n - u_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$. بين أن المتتالية d_n هندسية محددًا عناصرها المميزة .

3. استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - u_n = s_n$.

4. أكتب u_n بدلالة s_n و d_n ; ثم u_n بدلالة n . ب- أكتب v_n بدلالة s_n و d_n ; ثم v_n بدلالة n . ج- استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

• طريقة 2 لمعرفة نهاية u_n مبيانيا .

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$. الرسم أسفله (C_f) يمثل منحنى للدالة f و المستقيم (Δ)

ذو المعادلة : $y = x$: (Δ) في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) و وحدة القياس 5 cm

1. مثل على محور الأفاصيل النقاط A_0 و A_1 و A_2 و A_3 و A_4 التي أراتبها منعدمة و أفاصيلها هي u_0 و u_1 و u_2 و u_3 و u_4

على التوالي . مع $u_1 = \frac{1}{4} = 0,25$ و $u_2 = \frac{7}{16} = 0,44$ و $u_3 = \frac{37}{64} \approx 0,58$ و $u_4 = \frac{175}{256} \approx 0,69$. على المنحنى ضع المسلك

الذي نتبعه للحصول على قيم هذه الحدود و هي ممثلة على محور الأفاصيل بدون استعمال قيم u_1 و u_2 و u_3 و u_4 .

2. ما هو التظنن الذي نحصل عليه ؟

• طريقة 3 لتحديد نهاية u_n .

1. أ- أعط جدول تغيرات f على \mathbb{R} . ب- بين أن : $f([0;1]) \subset [0;1]$. ج- أكتب المتتالية (u_n) مستعملا الدالة f .

2. أ- بين ان : $\forall n \in \mathbb{N} ; 0 \leq u_n \leq 1$. ب- بين أن (u_n) تزايدية . ج- استنتج أن : (u_n) لها نهاية منتهية ℓ . د- بين أن :

$\ell \leq 1$ ه- حدد قيمة ℓ .

ملحوظة :

يمكنك أن تبين أن :

- v_n مصغورة ب 1 .
- v_n تناقصية .
- v_n متقاربة .
- ثم تحدد نهاية v_n .

