

التمرين الأول

لتكن f دالة عددية معرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي :

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = -x \ln x ; \quad x > 0 \end{cases}$$

و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. أدرس اتصال و قابلية اشتقاق f على اليمين في $x_0 = 0$

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

3. أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

4. أدرس تغيرات الدالة f على المجالين $]0, +\infty[$

5. أنشئ المنحنى (C_f)

6. لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_{n+1} = -U_n \ln U_n$ و $U_0 = \frac{1}{2e}$

أ- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 0 \leq U_n \leq \frac{1}{e}$

ب- ادرس رتبة المتتالية $(U_n)_n$

ج- استنتج أن المتتالية $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^+ - \{1\}$ كما يلي : $f(0) = 0$ و $x \neq 0$; $f(x) = x(\ln x - 1) + \ln|x-1|$

1 أ- بين أن f متصلة على يمين $x_0 = 0$

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0 = 0$

ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

2 أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3 أ- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*} - \{1\}) : f'(x) = \frac{1 + (x-1)\ln x}{x-1}$

ب- بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}^{+*}) \quad (x-1)\ln x \geq 0$ ثم أدرس رتبة الدالة f

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f

4 أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا في المجال $]2, 3[$

ب) أرسم المنحنى (C_f) (نأخذ $\alpha \approx 2,4$)

التمرين الثالث

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي : $g(x) = \ln|\sqrt{x}-1|$ و (C_g) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(0; \vec{i}; \vec{j})$

و (C_g) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(0; \vec{i}; \vec{j})$.

1 [حدد D_g .

2 [احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$.

3 [ادرس الفرعين اللانهائين للمنحنى (C_g) .

4 [ادرس قابلية اشتقاق الدالة g في 0 على اليمين و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا .

5 [احسب $g'(x)$ لكل x من $D_g - \{0\}$.

6 [ضع جدول تغيرات g .

7 [أ) بين أن منحنى الدالة g يقبل نقطة انعطاف A يجب تحديد إحداثيتها .

- (ب) حدد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_g) في A .
 8 [حدد تقاطع المنحنى (C_g) و محور الأفاصيل .
 9 [أنشئ (C_g) و (Δ) . نأخذ $\ln 2 \approx 0,7$.

التمرين الرابع

نعتبر الدالة العددية المعرفة f على $\mathbb{R} - \{1\}$ بما يلي : $f(x) = \frac{x}{x-1} + \ln|x-1|$

- ولیکن (C_f) منحنها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 1 [أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
 2 [ادرس الفرعين اللانهائين للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و $-\infty$.

3 [أ- بين أن : $f'(x) = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ ($\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}$) .

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f .

4 [أنشئ المنحنى (C_f) .

5 [لتكن g الدالة المعرفة على المجال $[2, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = f(x)$

أ - بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال يتم تحديده

ب - أنشئ المنحنى ($C_{g^{-1}}$) .

التمرين الخامس

1. نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x) = \frac{2x^2}{x^2-1} + \ln|x^2-1|$

1. حدد D_h ثم أحسب نهايات h عند محددات D_h

2. بين أن : $(\forall x \in D_h) : h'(x) = \frac{2x(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$

3. أعط جدول تغيرات الدالة h

4. أستنتج إشارة $h(x)$ لكل x من D_h

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x \ln|x^2-1|$ و (C_f) منحنها في M^2 ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

1. أ- حدد D_f ثم أحسب نهايات f عند محددات D_f

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة

2. أ- بين أن : $(\forall x \in D_f) ; f'(x) = h(x)$

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f

3. أستنتج من خلال دراسة الدالة h إحدائتي I نقطة انعطاف المنحنى (C_f)

4. أ- حل في D_f المعادلة $f(x) = 0$

ب- أنشئ المنحنى (C_f)