## مسألة رقم (1)

I] نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$g(x)=2x\sqrt{x}-2+\ln x$$

1) أحسب $g'(x)$ ثم بين أن $g$ تزايدية على $]0,+\infty[$

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج : $x\geq 1 \Leftrightarrow g(x)\geq 0$

II] لتكن $f$ دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}+1-x$$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{\sqrt{x}}=0$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج- بين أن المستقيم $(\Delta): y=-x+1$ مقارب مائل ل $(C_f)$

د- أدرس الوضع النسبي ل $(C_f)$ والمقارب المائل

2) أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^{+*} : f'(x)=-\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة $f$

3) أنسم المنحنى $(C_f)$

III] نعتبر المتتالية $(V_n)_n$ المعرفة كما يلي :

$$V_{n+1}=1+\frac{\ln V_n}{\sqrt{V_n}} \quad ; \quad V_0=\frac{3}{2}$$

1) بين أن $V_n\geq 1$ : $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) تحقق أن $V_{n+1}=V_n+f(V_n)$ ثم أدرس رتابة المتتالية $(V_n)_n$

3) استنتج أن المتتالية $(V_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

IV] لتكن $\varphi$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\varphi(x)=xe^{-\frac{x}{2}}-e^x+1$$

1) بين أن $\varphi(x)=f(e^x)$ $(\forall x\in\mathbb{R})$

2) أدرس منحى تغيرات الدالة $\varphi$

## فرض 2009

الجزء 1 :

نعتبر الدالة $g$ المعرفة بما يلي : $g(x)=2\ln x+x-1$

1) أحسب المشتقة $g'(x)$

2) بين أن $g$ تزايدية على $]0,+\infty[$ و ضع جدول تغيرات $g$

( حساب النهايات غير مطلوب )

3) أحسب $g(1)$ ثم استنتج أن $g(x)>0$ $(\forall x>1)$

و أن $g(x)<0$ $\forall x\in ]0,1[$

الجزء 2 : لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=(\ln x)^2-\ln x+x$$

1) أ- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} f(x)=+\infty$

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(C_f)$ عند $+\infty$

3) أ- بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة $f$

4) أ- أدرس الوضع النسبي ل $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ $y=x$

ب- أنسم المنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ $y=x$

الجزء 3 : لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$U_0=2$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

1) بين بالترجع أن $1\leq U_n\leq e$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تناقصية

3) استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها

## مسألة (2)

الجزء (1) : نعتبر الدالة $g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} g(x)=-\infty$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

2) أحسب $g'(x)$ و بين أن $g$ تزايدية على $]-1,+\infty[$

3) أحسب $g(0)$ و استنتج أن $g(x)>0$ $(\forall x>0)$

و أن $g(x)<0$ $\forall x\in ]-1,0[$

الجزء (2) : لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$

بما يلي : $f(x)=x-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$

1) أ- أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\x>-1}} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم $(\Delta)$ $y=x$ مقارب مائل ل $(C_f)$ عند $+\infty$

2) بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة $f$

3) أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$

4) أنسم المنحنى $(C_f)$

5) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي :

$U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

أ- بين بالترجع أن $U_n\geq 0$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تناقصية

ج- استنتج أن $(U_n)_n$ متقاربة و حدد نهايتها