

الأستاذ
نجيب
عثمانى

سلسلة رقم 6: الدوال اللوغاريتمية

المستوى : الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة
والأرض والعلوم الزراعية

أكاديمية
الجهة
الشرقية

تمرين 12: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$2(\ln x)^2 + \ln x - 6 = 0 \quad (2) \quad \ln(2x-1) = \frac{3}{2} \quad (1)$$

تمرين 13: حل في \mathbb{R}^2 النقطة

$$\begin{cases} 3\ln x + \ln y = 2 \\ 2\ln x - \ln y = 3 \end{cases}$$

تمرين 14: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} 2x - x^3 \ln x \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^4 \log x \quad (2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) \quad (1)$$

$$X = \sqrt{x} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x (\ln(x))^2 \quad (5) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \quad (4)$$

تمرين 15: أحسب $f'(x)$ في كل حالة من الحالات التالية:

$$f(x) = \ln(1+x^2) \quad f(x) = x \ln x \quad f(x) = x^2 - \ln x$$

تمرين 16: حدد الدوال الأصلية للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالتين التاليتين:

$$I = \mathbb{R}; f(x) = \frac{x^3}{x^4 + 2} \cdot 1$$

$$I =]0; 1[; f(x) = \frac{1}{x \ln x} \cdot 2$$

تمرين 17: نعتبر الدالة f المعرفة بـ:

$$f(x) = \frac{5x+1}{x^2+x-2}$$

1. حدد D مجموعة تعريف الدالة f و عدد عددين حقيقيين

$$a \text{ و } b \text{ بحيث: } (\forall x \in D); f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2}$$

2. استنتاج الدوال الأصلية للدالة f على المجال $[-\infty; -2]$

3. حدد الدالة الأصلية F للدالة f على $[-\infty; -2]$ بحيث

تمرين 18: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$

$$f(x) = \frac{2x-5}{x-1} \quad \text{بما يلي:}$$

1. حدد الأعداد الحقيقة a و b بحيث:

$$\forall x \in]1; +\infty[; f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

2. استنتاج الدوال الأصلية للدالة f على المجال $[1; +\infty[$

حدد الدالة الأصلية F للدالة f بحيث $F(2) = 0$

تمرين 19:

I. لتكن الدالة العددية g بحيث: $g(x) = x - \ln x$

1. حدد D_g وأحسب نهايات g عند محدودات

2. أحسب $g'(x)$ و أعط جدول تغيرات g

3. استنتاج أن: $\forall x > 0 \quad x > \ln x$

تمرين 1: حدد مجموعة تعريف كل من الدوال التالية:

$$h: x \rightarrow \frac{x}{\ln x} \quad (3) \quad g: x \rightarrow \ln(x^2 - 3x + 2) \quad (2) \quad f: x \rightarrow \ln(x+1) \quad (1)$$

تمرين 2: حل في \mathbb{R} المعادلات و المترابحات التالية :

$$\ln(3x-1) = \ln(5x-10) \quad (2) \quad \ln(x-2) = 0 \quad (1)$$

$$\ln(x-1) \geq 0 \quad (3)$$

تمرين 3: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية :

$$\ln(2x) = \ln(x^2 + 1) \quad (2) \quad \ln(2x-1) - \ln(1-x) = 0 \quad (1)$$

تمرين 4: حل في \mathbb{R} المترابحة :

$$\ln(x-1) - \ln(3x+1) < 0 \quad (1)$$

تمرين 5: إذا علمت أن $\ln(3) \approx 1,1$ و $\ln(2) \approx 0,7$ فاحسب ما يلي:

$$\ln(72), \ln(8), \ln(4), \ln(6)$$

$$\ln(3\sqrt{2}), \ln(\sqrt{6}), \ln(\sqrt{2}), \ln\left(\frac{3}{2}\right), \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$A = \ln\sqrt{2+\sqrt{2}} + \ln\sqrt{2-\sqrt{2}}, \ln(12\sqrt[3]{3})$$

$$B = \frac{1}{4} \ln 81 + \ln\sqrt{3} - \ln\frac{1}{27}$$

$$C = \ln(\sqrt{2}+1)^{2015} + \ln(\sqrt{2}-1)^{2015}$$

تمرين 6: بسط

$$A = \ln(3) - \ln(5) + \ln(15) \quad (1)$$

$$B = \ln(0,01) - \ln(1000) + \ln(10^6) \quad (2)$$

تمرين 7: حل في \mathbb{R} المعادلة و المترابحة التالية:

$$\ln(2x+5) + \ln(x+1) \leq \ln 4 \quad (2) \quad \ln x + \ln(x-1) - \ln 2 = \ln 3 \quad (1)$$

تمرين 8: بين أن: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$

تمرين 9: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \ln(x) + 1 \quad (1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln^2(x) - \ln x) \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x} \quad (3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 \ln(x) + 1}{\ln x} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln^2(x) + \ln x \quad (6) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \ln x \quad (5)$$

تمرين 10: أحسب: (1) $\ln(e^3)$ و (2) $\ln(e^7)$

حل في \mathbb{R} المعادلة التالية : المعادلة

$$\ln(x) = 7$$

تمرين 11: أحسب وبسط :

$$B = 2 \ln(\sqrt{e}) + \ln(e\sqrt{e}) - \frac{1}{3} \ln(e^9) \quad A = \ln(e^2) + \ln(e^4) - \ln\left(\frac{1}{e}\right)$$

تمرين 29:

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x(\ln x + 1)^2 \quad \text{إذا كانت } x \neq 0 \text{ و } x > 0$$

1. حدد D_f

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \text{و أحسب و } f(x)$$

$$3. \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow 1^+} x(\ln x)^2 \text{ ثم استنتج اتصال الدالة } f \text{ على اليمين في } 0$$

4. أدرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها

$$5. \text{ أحسب: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{و أول النتيجة مبينا}$$

$$6. \text{ تحقق أن } \forall x > 0 \quad f'(x) = (\ln x + 1)(\ln x + 3)$$

7. حدد جدول تغيرات الدالة f

8. حدد معادلة مماس منحني الدالة f عند النقطة الذي أقصولها 1

تمرين 30:

$$1. \text{ أحسب: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^3 - x)}{x}$$

$$2. \text{ أحسب مشتقة الدالة } f \text{ المعرفة بما يلي: } f(x) = x(\ln x)^4$$

تمرين 31: أحسب

$$\log 50 - \log \frac{1}{2}(3 \log 2 + \log 5(2 \log 10^4 + \log \frac{1}{10^4}))$$

$$\log \sqrt{40} + \log \sqrt{90} - \log \frac{2}{3}$$

تمرين 32: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) = 2(2 \log_4(x-1) + \log_4 2) = 1$$

$$(4 \log x)^2 + \log x - 6 = 0 \quad (4 \log_3(2x) \times (\log_5(x) - 1)) = 0$$

حيث \log هو اللوغاريتم العشري

تمرين 33: حدد الدوال الأصلية للدالة f المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad \text{على المجال } [-\infty; 1[$$

« c'est en forgeant que l'on devient forgeron » dit un proverbe.
c'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



II. لتكن الدالة العددية f بحيث:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+\ln x}{x-\ln x}, & x > 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

$$1. \text{ بين أن } D_f = [0; +\infty[$$

2. بين أن f متصلة في الصفر على اليمين

$$3. \text{ أحسب: } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

4. بين أن f قابلة للاشتقاق في الصفر على اليمين

$$5. \text{ بين أن: } \forall x \in]0; +\infty[\quad f'(x) = \frac{2(1-\ln x)}{(x-\ln x)^2}$$

6. أعط جدول تغيرات f

7. حدد نقط تقاطع C_f و المستقيم (Δ) : $y = 1$

8. بين أن C_f يقطع محور الأفاسيل في نقطة

$$\left[\frac{1}{2}; 1 \right]$$

9. أنشئ C_f في معلم $O; i; j$ ($\ln 2 \approx 0,7$, $e \approx 2,7$)

تمرين 20: أحسب وبسط ما يلي:

$$\log_{\sqrt{3}} 9 \quad (4 \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2}) (3)$$

$$A = \log_2 \left(\frac{1}{5} \right) + \log_2 (10) + \log_{\frac{1}{3}} (\sqrt[5]{3}) (5)$$

تمرين 21: أحسب ما يلي:

$$\log_{\frac{1}{2}} (\sqrt[3]{2}) (2 \log_2 \left(\frac{1}{5} \right) + \log_2 (10)) (1)$$

تمرين 22: أحسب و بسط ما يلي:

$$\log_{10} 0,0001, \log_{10} 100$$

$$A = \log(250000) + \log \sqrt{250} - \log(125)$$

تمرين 23: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\log_3(2x) \times (\log_5(x) - 1) = 0 \quad .1$$

تمرين 24: حل في \mathbb{R} المترابحة التالية:

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(x - \frac{1}{2} \right) \geq 1 \quad (125)$$

تمرين 25: حل في \mathbb{R} المعادلة التالية:

$$\ln^2(x-1) - \ln(x-1) - 2 = 0$$

حل في \mathbb{R} المترابحة التالية:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) - \log_{\frac{1}{3}}(-x+2) \leq 0$$

تمرين 26: حل في \mathbb{R} المترابحة :

تمرين 27: أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(3x+1)}{2x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^{10}}{x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^3 (1)$$

$$f(x) = \frac{\ln(3x^2+1)}{3x^2+1} \quad f'(x) \text{ بحيث:}$$