Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

2ع ت الدوال الأصلية

تعريف دالة أصلية :

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I .

نسمي دالة أصلية للدالة f على المجال I كل دالة عددية F قابلة للإشتقاق على المجال I بحيث $F'(x)=f(x)$ لكل x من I .

خاصية :

لتكن f دالة معرفة على مجال I .و F دالة أصلية للدالة f على المجال I

الدوال الأصلية للدالة f على I هي الدوال المعرفة بما يلي :

$x \to F(x)+c$ حيث c عدد حقيقي .

ملاحظة : إذا كانت F و G دالين أصليتين على مجال I

فإن : $(\exists c \in R)\ (\forall x \in I)\ :\ F(x)-G(x)=c$

مع c غير مرتبط بالعدد x .

خاصية :

لتكن f دالة عددية معرفة على مجال I وتقبل دوال أصلية عليه.

x_0 عنصر من I . y_0 عدد حقيقي

توجد دالة أصلية وحيدة G للدالة f على المجال I تحقق $G(x_0)=y_0$

ملاحظة: تحديد الدالة G يعود إلى تحديد قيمة C

خاصية :

كل دالة متصلة على مجال I تقبل دوال أصلية عليه.

خاصية :

لتكن f و g دالتين معرفتين على مجال I و α عددا حقيقيا .

إذا كانت F و G دالتين أصليتين على التوالي للدالتين f و g على المجال I

فإن $F+G$ دالة أصلية للدالة $f+g$ على المجال I .

αF دالة أصلية للدالة αf على المجال I .

جدول دوال أصلية :

الدالة f	الدوال الأصلية F	مجال تعريف f وF
o	C 'عدد ثابت'	R
a	$ax+b$	R
x^n مع $n \in N^*$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$	R
$\frac{1}{x^n}$ مع $(n \in N-\{0,1\})$	$\frac{-1}{(n-1)x^{n-1}}+c$	$]0;+\infty[$
x^r مع $(n \in Q-\{0,-1\})$	$\frac{x^{r+1}}{r+1}+c$	$]0;+\infty[$
$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x}+c$	$]0;+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert+c$	$]0;+\infty[$ أو $]-\infty,0[$
e^x	e^x+c	R
e^{ax} مع a غير منعدم	$\frac{e^{ax}}{a}+c$	R
$\cos(ax+b)$ مع a غير منعدم	$\frac{1}{a}\sin(ax+b)+c$	R
$\sin(ax+b)$ مع a غير منعدم	$\frac{-1}{a}\cos(ax+b)+c$	R
$\frac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$	$\tan x+c$	$\left]\frac{-\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{2}+k\pi\right[$ مع k من Z .
$u'(x)u^r(x)$ مع $(r \in Q-\{0,-1\})$	$\frac{1}{r+1}(u(x))^{r+1}+c$	حيث u ق ش وموجبة قطعا
$\frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$	$2\sqrt{u(x)}+c$	حيث تكون u ق ش وموجبة قطعا
$\frac{u'(x)}{u^2(x)}$	$\frac{-1}{u(x)}+c$	حيث تكون u ق ش ولاتنعدم
$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\ln\lvert u(x)\rvert+c$	حيث تكون u ق ش ولاتنعدم
$u'(x)e^{u(x)}$	$e^{u(x)}$	حيث u ق ش

(ق ش : قابلة للإشتقاق)