

## الدوال الأصلية

### 1. تعريف :

➤ نقول أن  $F$  دالة أصلية ل  $f$  على  $I$  إذا كانت  $F$  قابلة للاشتقاق على  $I$  و  $\forall x \in I \quad F'(x) = f(x)$

### 2. خاصيات :

- كل دالة متصلة على مجال  $I$  تقبل دالة أصلية على هذا المجال
- إذا كانت  $F$  دالة أصلية ل  $f$  على  $I$  فإن مجموعة الدوال الأصلية ل  $f$  على  $I$  هي الدوال :
- $$(\lambda \in \mathbb{R}) \quad x \mapsto F(x) + \lambda$$
- ليكن  $x_0$  و  $y_0$  من  $\mathbb{R}$  توجد دالة أصلية وحيدة  $F$  ل  $f$  تحقق  $F(x_0) = y_0$
- لتكن  $F$  و  $G$  دالتان أصليتان ل  $f$  و  $g$  على التوالي و  $k \in \mathbb{R}$  لدينا :
- $F + G$  دالة أصلية ل  $f + g$
  - $k.F$  أصلية ل  $k.f$

### 3. جدول الدوال الأصلية الاعتيادية :

المجال $I$	الدوال الأصلية ل $f$ على $I$ معرفة بما يلي: $F(x) = \dots\dots$	بما $f(x) = \dots\dots$ يلي
$\mathbb{R}$	$kx + c$	$k$ ( $k$ عدد حقيقي ثابت )
$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$x^n$ ( $n \in \mathbb{N}^*$ )
$]0, +\infty[$ أو $]-\infty, 0[$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$	$x^n$ ( $n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*$ )
$]0, +\infty[$	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + c$	$x^r$ ( $r \in \mathbb{Q} - \{-1\}$ )
$\mathbb{R}$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\mathbb{R}$	$-\cos(x)$	$\sin(x)$
$\left] \frac{-\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[ , (k \in \mathbb{Z})$	$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$
$\mathbb{R}$	$\frac{1}{a} \sin(ax + b) + c$	$(a \neq 0), \cos(ax + b)$
$\mathbb{R}$	$\frac{-1}{a} \cos(ax + b) + c$	$(a \neq 0), \sin(ax + b)$

$]0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + c$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
$] -\infty, 0[$ أو $]0, +\infty[$	$\frac{-1}{x} + c$	$\frac{1}{x^2}$
$]0, +\infty[$	$\ln(x) + c$	$\frac{1}{x}$
$\mathbb{R}$	$e^x + c$	$e^x$

4. العمليات على الدوال الأصلية :

شروط على $u$	الدوال الأصلية ل $f$ على $I$	الدالة $f$
	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	$(n \in \mathbb{N}^*) u' u^n$
لكل $x$ من $I$ , $u(x) \neq 0$	$\frac{1}{n+1}u^{n+1} + c$	$(n \neq -1; n \in \mathbb{Z}^*) u' u^n$
لكل $x$ من $I$ , $u(x) > 0$	$2\sqrt{u} + c$	$\frac{u'}{\sqrt{u}}$
لكل $x$ من $I$ , $u(x) > 0$	$\frac{1}{r+1}u^{r+1} + c$	$(r \in \mathbb{Q} - \{-1\}) u' u^r$
لكل $x$ من $I$ , $u(x) \neq 0$	$-\frac{1}{u} + c$	$\frac{u'}{u^2}$
لكل $x$ من $I$ , $u(x) \neq 0$	$\ln u  + c$	$\frac{u'}{u}$
	$e^u + c$	$u' e^u$