تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

ذ. محمد الكيال

الدوال الأسية

الدالة اللوغاريتمية النيبرية

تعريف:

الدالة الأسية النيبرية هي الدالة العكسية للدالة اللوغاريتمية النيبرية

و يرمز لها بالرمز: $\exp$

نضع لكل x من $\mathbb{R}$ $\exp(x) = e^x$

استنتاجات و خاصيات:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad \ln\left(e^x\right) = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R}$ $e^x \times e^y = e^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad \left(e^x\right)^r = e^{rx}$ $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
$\forall x \in]0,+\infty[\quad e^{\ln x} = x$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = \ln y$	
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	

مجموعة التعريف:

الدالة f معرفة كما يلي:	مجموعة تعريف الدالة f هي:
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_u\}$

نهايات أساسية:

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$	$(n \in \mathbb{N}^*)$
$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$	
$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n}\right) = +\infty$	
$\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^n e^x\right) = 0$	
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$	

الاتصال:

الدالة $x \mapsto e^x$ متصلة على $\mathbb{R}$

لتكن u دالة معرفة على مجال I

إذا كانت u متصلة على المجال I فإن الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ متصلة على المجال I

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

الاشتقاق:

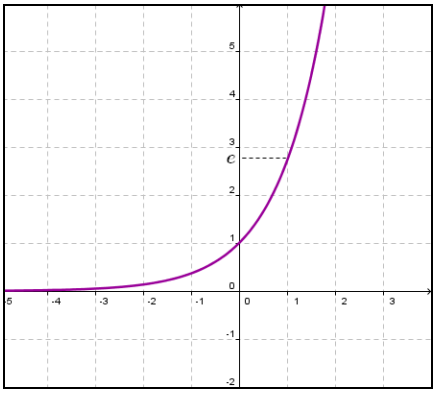
الدالة $x \mapsto e^x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا: $\left(e^x\right)' = e^x$ $\quad \forall x \in \mathbb{R}$

لتكن u دالة معرفة على مجال I

إذا كانت u قابلة للاشتقاق على المجال I فإن: الدالة $x \mapsto e^{u(x)}$ قابلة للاشتقاق على المجال I

ولدينا: $\left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$ $\quad \forall x \in I$

التمثيل المبياني للدالة ln:



الدالة الأسية للأساس a حيث: $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$

تعريف:

الدالة العكسية للدالة ℓog_a تسمى الدالة الأسية للأساس a و يرمز لها بالرمز: $\exp_a$

نضع لكل x من $\mathbb{R}$ $\quad \exp_a(x) = a^x$

استنتاجات وخاصيات:

$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^x = e^{x \ln a}$ $\ell og_a\left(a^x\right) = x$	$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2$ $a^x \times a^y = a^{x+y}$ $(r \in \mathbb{Q}) \quad \left(a^x\right)^r = a^{rx}$ $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
$\forall x \in]0;+\infty[\quad a^{\ell og_a(x)} = a$	
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$	
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $a^x = y \Leftrightarrow x = \ell og_a(y)$	

نهايات و متفاوتات:

$a > 1$	$0 < a < 1$
$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$	$a^x < a^y \Leftrightarrow x < y$
$\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0$ $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty$
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$	

المشتقة:

$\left(a^x\right)' = (\ln a) \times a^x$