مُدمج الدوال اللوغاريتمية والأسية

السلسلة 1 (تمرينان)

التمرين الأول :

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln\left(e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2\right)$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}$: $e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2=\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)^{2}+1$ ، ثم حدد D_f.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي بجوار $-\infty$

3) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4) تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=x+\ln\left(1-\dfrac{2}{\sqrt{e^{x}}}+\dfrac{2}{e^{x}}\right)$ ثم بين أن (C_f) يقبل مقارب بجوار $+\infty$ يتم تحديده .

5) بين أن : $f'(x)=\dfrac{\sqrt{e^{x}}\left(\sqrt{e^{x}}-1\right)}{e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس تغيرات f وضع جدول تغيراتها .

6) بين أن : $f''(x)=\dfrac{-\sqrt{e^{x}}\left(\left(\sqrt{e^{x}}-2\right)^{2}-2\right)}{2\left(e^{x}-2\sqrt{e^{x}}+2\right)^{2}}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس تقعر (C_f) و حدد نقط الإنعطاف إن وجدت.

7) مثل مبيانيا (C_f).

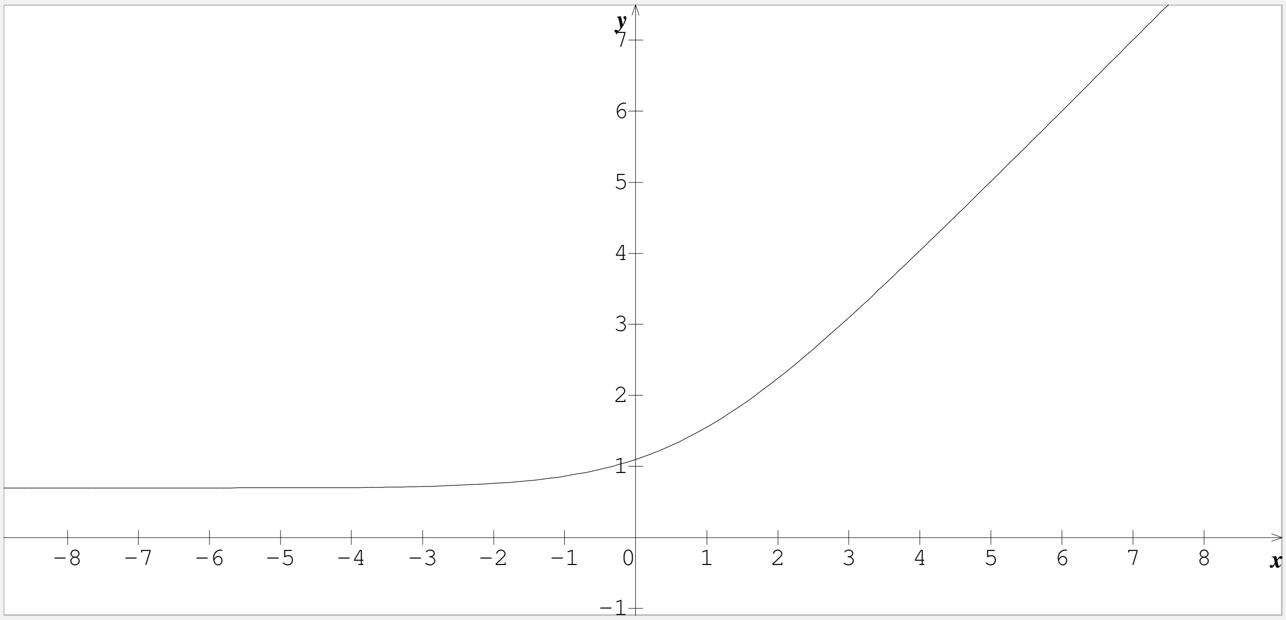
8) ناقش مبيانيا حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $e^{x}-e^{m}=2\left(-1+\sqrt{e^{x}}\right)$ $\quad(x\in\mathbb{R})$

9) ليكن g قصور f على $[0,+\infty[$
   أ. بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده
   ب. حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J
   ج . مثل في نفس المعلم السابق وبلون مغاير $\left(C_{g^{-1}}\right)$

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(e^x+2)$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (أنظر الشكل)



الجزء الأول

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا

2) أ- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

ب- تحقق أن $f(x)=x+\ln(1+2e^{-x})$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$

3) أدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها

الجزء الثاني

نضع $I=\int_2^3 |f(x)-x|dx$

1) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) و مثل (Δ) في الشكل أعلاه

2) اعط تأويلا هندسيا ل I

3) أ- بين أن لكل t من $[0,+\infty[$: $\ln(1+t)\le t$

ب- استنتج أن لكل x من $\mathbb{R}$: $\ln(1+2e^{-x})\le 2e^{-x}$

ج- بين أن : $0\le I\le \int_2^3 2e^{-x}dx$

د- أحسب $\int_2^3 2e^{-x}dx$ و استنتج تأطيرا ل I سعته $0,2$