تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

الحساب التكاملي

ذ. محمد الكيال

تكامل دالة متصلة على قطعة:

تعريف:

لتكن f دالة متصلة على مجال I و F دالة أصلية للدالة f على المجال I

و a و b عنصرين من المجال I

تكامل الدالة f من a إلى b هو العدد الحقيقي:

$$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

خاصيات:

الخطانية:

$\int_a^a f(x)\,dx = 0$	$\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$
$(k \in \mathbb{R})\quad \int_a^b kf(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$	$\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)\,dx$

علاقة شال:

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

التكامل و الترتيب:

إذا كان: $\forall x \in [a,b] \quad f(x) \geq 0$	إذا كان: $\forall x \in [a,b] \quad f(x) \leq g(x)$
فإن: $\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$	فإن: $\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$

القيمة المتوسطة:

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a,b]$

القيمة المتوسطة للدالة على المجال هي العدد الحقيقي: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$

المكاملة بالأجزاء:

لتكن u و v دالتين قابلتين للاشتقاق على مجال I بحيث الدالتين u' و v' متصلتين على المجال I

و a و b عنصرين من المجال I

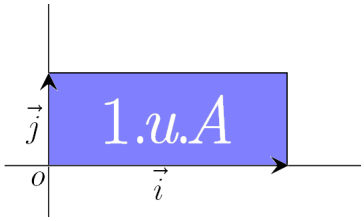
$$\int_a^b u(x)v'(x)\,dx = [u(x)\,v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,dx$$

مساحة حيز

ليكن المستوى منسوبا إلى معلم متعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$

وحدة المساحة $u.A$ هي مساحة المستطيل المحدد بالنقطة o و المتجهتين $\vec{i}$ و $\vec{j}$

$$1.u.A = \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$



تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

لتكن f دالة متصلة على مجال $[a,b]$

مساحة الحيز المحصور بين المنحنى C_f ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=a$ و $x=b$

هي : $\left(\int_a^b |f(x)|\,dx\right).u.A$

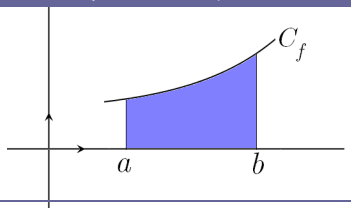
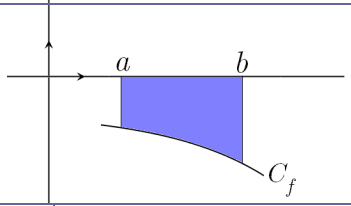
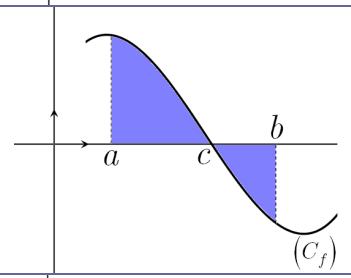
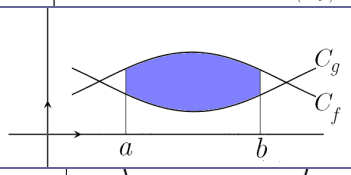
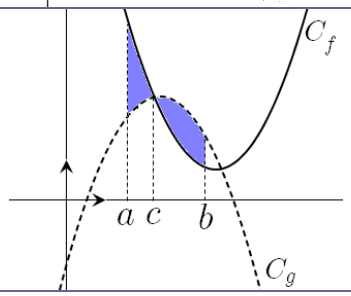
لتكن f و g دالتين متصلتين على مجال $[a,b]$

مساحة الحيز المحصور بين المنحنيين C_f و C_g ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=a$ و $x=b$ هي :

هي : $\left(\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx\right).u.A$

حالات خاصة:

رسم توضيحي	ملاحظات	مساحة الحيز البنفسجي في الرسم هي :
	f موجبة على المجال $[a,b]$	$\left(\int_a^b f(x)\,dx\right).u.A$
	f سالبة على المجال $[a,b]$	$\left(\int_a^b -f(x)\,dx\right).u.A$
	• f موجبة على المجال $[a,c]$ • f سالبة على المجال $[c,b]$	$\left(\int_a^c f(x)\,dx+\int_c^b -f(x)\,dx\right).u.A$
	(C_f) يوجد فوق (C_g) على المجال $[a,b]$	$\left(\int_a^b (f(x)-g(x))\,dx\right).u.A$
	• (C_f) فوق (C_g) على المجال $[a,c]$ • (C_g) فوق (C_f) على المجال $[c,b]$	$\left(\int_a^c (f(x)-g(x))\,dx+\int_c^b (g(x)-f(x))\,dx\right).u.A$

حساب حجم:

حجم المجسم المولد بدوران المنحنى (C_f) حول محور الأفاصيل دورة كاملة في مجال $[a;b]$

هو : $V=\left[\int_a^b \pi\left(f(x)\right)^2 dx\right]u.v$

uv : وحدة الحجوم