التمرين الأول

أحسب التكاملات التالية:

$\int_1^4 x\sqrt{x}\,dx$ ، $\int_1^4\left(2x+\frac{1}{x}-3\sqrt{x}\right)dx$ ، $\int_1^e \frac{\ln\sqrt{x}}{x}dx$

$\int_1^2 \frac{3t}{1+t^2}dt$ ، $\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{5}{3}}(x-1)\sqrt{3x-1}\,dx$

$\int_0^{\pi} \sin x\sqrt{3-\cos x}\,dx$ ، $\int_0^1\left(\sqrt{x}+e^{3x}\right)dx$

$\int_1^e \frac{\ln y}{y}dy$ ، $\int_1^{\ln 3}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}}dx$ ، $\int_2^3 \frac{t}{t-1}dt$

$\int_{-1}^2 \frac{x}{x^2+1}dx$ ، $\int_{-2}^0 (x+1)\sqrt{x^2+2x+5}\,dx$

$\int_0^{\ln 2}\frac{e^x}{e^x+1}dx$ ، $\int_1^3 x|x-2|dx$ ، $\int_0^{\ln 2}\frac{dx}{e^x+1}$

التمرين الثاني

① 1ـ تحقق أن $\left(\forall t\in\mathbb{R}^+\right)\ \frac{t^2}{t+1}=t-1+\frac{1}{t+1}$

2ـ أحسب التكامل $I=\int_0^1\frac{t^2}{1+t}dt$

② 1ـ حدد العددين a ; b بحيث يكون:

$$\frac{1}{x(x+2)}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x+2}$$

2ـ أحسب التكامل $\int_1^2\frac{1}{x(x+2)}dx$

التمرين الثالث

باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب ما يلي:

$\int_1^e \ln x\,dx$ ، $\int_1^2(3-x)\ln x\,dx$ ، $\int_1^e(\ln x)^2dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,dx$ ، $\int_0^{\ln 2} xe^{x}dx$ ، $\int_0^{\ln 3} x\left(e^x+e^{-x}\right)dx$

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2\cos x\,dx$ ، $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos 2x+\sin x)dx$

التمرين الرابع

1ـ حدد العددين a ; b بحيث يكون:

$$\frac{x^2-3x}{(x+1)(x-1)^2}=\frac{a}{x+1}-\frac{b}{(x-1)^2}$$

2ـ أستنتج $J=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^2-3x}{(x+1)(x-1)^2}dx$

التمرين الخامس

أحسب التكاملات التالية:

$I=\int_0^1 2x\sqrt{1+x^2}\,dx$ ، $J=\int_1^e\frac{\ln t}{t^2}dt$

$K=\int_e^{e^2}\frac{1+\ln t}{t\ln t}dt$ ، $L=\int_0^{\ln 2}\frac{1}{1+e^{-x}}dx$

التمرين السادس

❶ نضع: $f(x)=\frac{2x+1}{(2x-1)^3}$

1- حدد العددين الحقيقيين a و b علما أن:

$$f(x)=\frac{a}{(2x-1)^2}+\frac{b}{(2x-1)^3}$$

2- استنتج حساب $\int_1^{\frac{3}{2}} f(x)\,dx$

❷ حدد اخطاطا للدالة $g(x)=\sin^3 x$

و أحسب $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3 x\,dx$

التمرين السابع

نعتبر التكاملين: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 x\sin 2x\,dx$

و $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2 x\sin 2x\,dx$

1) أحسب التكاملين $I+J$ و $I-J$

2) استنتج قيم كل من I و J

التمرين الثامن

ليكن n عدد طبيعي غير منعدم . و نضع $I_0=\int_0^{\frac{\pi}{2}}dx$

و $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\,dx$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

1) أحسب I_0 ; I_1

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن:

$$I_n=\frac{n-1}{n}I_{n-2}$$

3) استنتج I_5 ; I_6

التمرين التاسع

أحسب ما يلي: $\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}$

$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,dx$ ، $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}\,dx$ ، $\int_0^{\sqrt{3}}\sqrt{1+x^2}\,dx$