التمرين رقم 1

حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات التالية :

$Z^2+4=0$	$3Z^2+1=0$	$Z^4=1$	$Z^2+2Z+2=0$
$4Z^2-2Z+1=0$	$Z^2+4Z+13=0$	$4Z^2-4Z+5=0$	$Z^3-1=0$
$Z^2-2Z+26=0$	$4Z^2+4Z+1=0$	$2Z^2-Z+1=0$	$Z^2-3Z+3=0$

التمرين رقم 2

نعتبر الحدودية : $P(z)=z^4-2z^3+3z^2-2z+2$

1. حدد العددين a و b بحيث : $P(z)=(z^2+1)(z^2+az+b)$
2. أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+2=0$

   ب- أستنتج حلول المعادلة : $P(z)=0$

التمرين رقم 3

نعتبر في $\mathbb{C}$: $P(z)=z^3-2(\sqrt{3}+i)z^2+4(1+i\sqrt{3})z-8i$

1) أ- تحقق أن $P(2i)=0$

ب- حدد العددين الحقيقين a ; b بحيث يكون $P(z)=(z-2i)(z^2+az+b)$

2) أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

ب- استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$

3) نعتبر في (P) النقط A , B , C التي ألحاقها هي : $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ ، $z_c=-2i$

أ- أكتب الاعداد z_A , z_B , z_C على شكلها المثلثي

ب- بين أن $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

3) حدد المجموعتين : $(D)=\{M(z)\in(P)/\ |z-\sqrt{3}+i|=|\bar{z}-2i|\}$

و $(\Gamma)=\left\{M(z)\in(P)/\ \frac{z-\sqrt{3}+i}{z-\sqrt{3}-i}\in i\mathbb{R}\right\}$

التمرين رقم 4

ليكن R الدوران الذي مركزه Ω ذات اللحق $w=2i$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$. و نعتبر النقط $A(a=1+i)$ ، $B(b=1+3i)$ و $C(c=-1+3i)$

1) احسب $\frac{b-w}{a-w}$ و استنتج أن $R(A)=B$

2) حدد التمثيل العقدي للدوران R

3) بين أن C هي صورة النقطة B بالدوران R

4) استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين رقم 5

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$
2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى م م م $(O;\vec{e}_1;\vec{e}_2)$. النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$ وليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T التي متجهتها $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$

   أ- بين أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T

   ب- بين أن : $\frac{b-c}{a-c}=2i$ استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC=2AC$

التمرين رقم 6

المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A , B , C التي ألحاقها على التوالي $a=i$ ، $b=2+3i$ و $c=-2+3i$ و ليكن R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ و يحول (B,A) إلى (A,C)

1) أحسب $\frac{c-a}{b-a}$ و إستنتج طبيعة المثلث ABC و حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

2) بين أن زاوية الدوران R هي $\theta \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$

3) حدد w لحق النقطة Ω مركز الدوران R

التمرين رقم 7

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)\quad z^3+\left(\sqrt{3}-i\right)z^2+\left(1-i\sqrt{3}\right)z-i=0$

1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا تخيلي صرف z_0 يتم تحديده

2) حدد الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث $z^3+\left(\sqrt{3}-i\right)z^2+\left(1-i\sqrt{3}\right)z-i=(z-i)\left(az^2+bz+c\right)$

ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

3) نعتبر في المستوى العقدي (P) منسوب إ لى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A , B , C التي ألحاقها على التوالي $a=i$ ، $b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=\bar{b}$

أ- حدد كل من العددين $a-b$, $c-b$ على الشكل المثلثي

ب- أحسب $\frac{c-b}{a-b}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

التمرين رقم 8

نعتبر في المستوى المنسوب إلى م م م $\left(O;\vec{e}_1;\vec{e}_2\right)$. الإزاحة t التي متجهتها $\vec{u}\left(1-i\right)$. والتحاكي h الذي مركزه $\Omega\left(2i\right)$ و نسبته $k=-3$

1. حدد صورة النقطة $A\left(1+i\right)$ بكل من t و h

2. حدد صورة الدائرة $\left(C\right)$ التي مركزها A وشعاعها $r=\frac{1}{2}$ بكل من t و h

التمرين رقم 9

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2\sqrt{3}\,z+4=0$

2) أكتب الحلين على الشكل المثلثي

3) نعتبر النقطتين $A\left(z_A=2i\right)$ و $B\left(_B=\sqrt{3}+i\right)$ أحسب $\frac{z_B}{z_A}$ و استنتج طبيعة المثلث OAB

4) ليكن r الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{3}$

أ- تحقق أن صورة B هي A بالدوران r

ب- حدد لحق النقطة C صورة A بالدوران r

التمرين رقم 10

المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A , B , C التي ألحاقها على التوالي $a=-2i$ ، $b=\sqrt{3}+i$ و $c=-\sqrt{3}+i$ و ليكن R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته θ و يحول (A,B) إلى (B,C)

1) أحسب $\frac{c-b}{a-b}$ و استنتج طبيعة المثلث ABC و حدد قياسا للزاوية $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$

2) بين أن زاوية الدوران R هي $\theta \equiv \frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$

3) حدد w لحق النقطة Ω مركز الدوران R

4) حدد التعبير العقدي للدوران R و تحقق أن $R(C)=A$

التمرين رقم 11

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E)\quad z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=0$

1) تحقق أن i حل للمعادلة (E)

2) حدد الأعداد الحقيقية a , b , c بحيث $z^3-(4+i)z^2+(13+4i)z-13i=(z-i)(az^2+bz+c)$

ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E)

3) نعتبر في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A , B , C التي ألحاقها على التوالي $a=i$ ، $b=2+3i$ و $c=2-3i$ وليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{4}$

أ- حدد a' لحق النقطة A' صورة A بالدوران R

ب- بين أن A' , B , C مستقيمية

ج- حدد التعبير العقدي للتحاكي h الذي مركزه B و يحول C إلى A'

التمرين رقم 12

1. أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$ و ليكن z_1 و z_2 هما حلي المعادلة بحيث : $\mathrm{Im}(z_1)>0$

ب- أكتب العدد $(z_1)^{2009}$ على الشكل الأسي ثم الشكل المثلثي

2. نعتبر في المستوى المنسوب إلى م م م $(O;\vec{e}_1;\vec{e}_2)$. النقطتين $A(1+i\sqrt{3})$ و $B(1-i\sqrt{3})$

أثبت أن : A و B ينتميان إلى الدائرة التي مركزها O ثم أنشئ الشكل

3. أ- حدد لحق النقطة O' صورة النقطة O بالدوران r_1 الذي مركزه A وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

ب- حدد لحق النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r_2 الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

التمرين رقم 13

نعتبر في المستوى العقدي (P) التحويل F الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث : $z'=-iz-2+2i$

1) حدد لحق A' صورة النقطة $A(1-i)$ بالتحويل F

2) بين أن $z'-2i=-i(z-2i)$ ثم استنتج أن F دوران محددا مركزه و زاويته

3) أ- تحقق أن $|z'|=|z-2-2i|$

ب- حدد مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون من أجلها $|z'|=|z+i|$

التمرين رقم 14

نضع $f(z)=z^3+2z^2-16$

1) أ- أحسب $f(2)$ و حدد العددين a ; b بحيث يكون $f(z)=(z-2)(z^2+az+b)$

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^3+2z^2-16=0$

2) نعتبر النقط A ; B ; D التي ألحاقها على التوالي هي $a=-2-2i$; $b=2$; $d=-2+2i$

أ- حدد العدد c لحق النقطة C بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع

ب- حدد e لحق النقطة E صورة النقطة C بالدوران $r\left(B;-\frac{\pi}{2}\right)$

ج- حدد f لحق النقطة F صورة النقطة C بالدوران $r\left(D;\frac{\pi}{2}\right)$

د- تحقق أن $\frac{f-a}{e-a}=i$ ما يمكن أن تستنتج بالنسبة للمثلث AEF ؟