

### تمارين أخطاء عقديّة من موجات وطنية

#### التمرين الأول bac2008 الدورة الاستدراكية

1) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 8z + 17 = 0$

نعتبر في المستوى العقدي النقاط  $A$  و  $B$  و التي لحقهما على التوالي  $b = 8 + 3i$  و  $a = 4 + i$

2) ليكن  $z$  لحق النقطة  $M$  من المستوى العقدي و  $z'$  لحق  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مرّ به  $\Omega$  التي لحقها

$$\omega = 1 + 2i \quad \frac{3\pi}{2}$$

ا) يبيه أن  $z' = -iz - 1 + 3i$

ب) تتحقق أن لحق النقطة  $C$  صورة  $A$  بالدوران  $R$  هو  $c = -i$

ج) يبيه أن  $b - c = 2(a - c)$  ثم يبيه أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  نقاط متسقية

#### التمرين الثاني bac2009 الدورة العادية

نعتبر في المستوى العقدي المنسب إلى معلم متعدد متصل  $(O, \bar{u}, \bar{v})$  النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي لحقها على

$$c = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i \quad b = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad a = 2 - 2i$$

1) اكتب على الشكل المثلثي كل من  $a$  و  $b$  و  $c$

2) ليكن  $z$  لحق النقطة  $M$  من المستوى العقدي و  $z'$  لحق  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$  الذي مرّ به  $O$  و زاوية  $\frac{5\pi}{6}$

ا) يبيه أن  $z' = bz$

ب) تتحقق أن  $C$  هي صورة  $A$  بالدوران  $R$

ج) يبيه أن  $\arg(c) = \arg(a) - \arg(b)$  حدد حمدة للعدد العقدي  $c$ .

#### التمرين الثالث bac2009 الدورة الاستدراكية

1) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية  $z^2 - 6z + 25 = 0$

2) نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  التي لحقها على التوالي هي :

$$d = 5 + 6i \quad c = 2 + 3i \quad b = 3 - 4i \quad a = 3 + 4i$$

ا) احسب  $\frac{d - c}{a - c}$  ثم استنتج أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  متسقية

ب) يبيه أن  $p = 3 + 8i$  هو لحق النقطة  $P$  بالنهايّة التي مرّ به  $B$  و نسبة  $\frac{3}{2}$

3) اكتب على الشكل المثلثي العدد  $\frac{d - p}{a - p}$  ثم استنتاج أن  $\frac{\pi}{4}$  قياس للزاوية  $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PD})$  واه  $PA = \sqrt{2}PD$

#### التمرين الرابع bac2010 الدورة العادية

1) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة التالية  $z^2 - 6z + 34 = 0$

2) نعتبر في المستوى العقدي النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي لحقها على التوالي هي :

$$c = 7 + 3i \quad b = 3 - 5i \quad a = 3 + 5i$$

3) ليكن  $z$  لحق النقطة  $M$  من المستوى العقدي و  $z'$  لحق  $M'$  صورة  $M$  بالازاحة  $T$  ذات المتجهة  $\bar{u}$  التي

لحقها  $u = 4 - 2i$

- (1) يبين أنه  $z' = z + 4 - 2i$  ثم تتحقق أن النقطة  $C$  هي صورة النقطة  $A$  بالازاحة  $T$
- (ب) يبين أنه  $\frac{b-c}{a-c} = 2i$
- (ج) استنتج أنه المثلث  $ABC$  قائم الزاوية وان  $BC = 2AC$

### التمرين الخامس bac2010 الدورة الاستدراكية

- 1) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$
- 2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعدد منتظم مباشد  $(O, \bar{u}, \bar{v})$  النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي تقع على التوالي  $a = 8i$  و  $b = 4\sqrt{3} - 4i$  و  $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$  وزاويته  $O$  ووزاويته  $R$  الذي مر عليه  $A$  و  $B$  و  $C$  لحق النقطة  $M$  من المستوى العقدي  $z'$  لحق  $M'$  صورة  $M$  بالدوران  $R$
- (أ) يبين أنه  $z' = \left(\frac{-1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$  ثم تتحقق أن النقطة  $B$  هي صورة  $A$  بالدوران  $R$
- (ب) يبين أنه  $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  ثم أكبه على الشكل المثلثي استنتج أنه المثلث  $ABC$  متساوي الأضلاع.

### التمرين السادس bac2011 الدورة العادية

- 1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $z^2 - 18z + 82 = 0$
- 2) نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي تقع على التوالي  $c = 11 - i$  و  $b = 9 - i$  و  $a = 9 + i$
- (أ) يبين أنه  $i = \frac{c-b}{a-b}$  ثم استنتج أنه المثلث  $ABC$  متساوي الساقين وقائم الزاوية
- (ب) أعط الشكل المثلثي للعدد  $4(1-i)$
- (ج) يبين أنه  $AC \times BC = 4\sqrt{2}$  (م)  $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$
- (3) نعتبر الدوران  $R$  الذي مر عليه  $B$  وزاويته  $\frac{3\pi}{2}$
- (أ) يبين أنه التمثيل العقدي للدوران  $R$  هو  $iz + 10 + 8i$  وهو  $z' = -iz + 10 + 8i$
- (ب) تتحقق أن لحق النقطة  $C'$  صورة  $C$  بالدوران  $R$  هو  $9 - 3i$

### التمرين السابع

- 1) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $Z^2 - 2(\sqrt{2} + 1)Z + 4 + 2\sqrt{2} = 0$
- 2) نعتبر العدد العقدي  $Z = (\sqrt{2} + 1 + i)\theta$  حيث  $\theta \in [-\pi, \pi]$  ونضع  $[2\pi]$  ونحسب  $|Z|$  وتحقق أن  $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
- (3) بين أن  $Z^2 = 2(1 + \sqrt{2})(1 + i)$
- (أ) حدد الشكل المثلثي للعدد  $a = 1 + i$  واستنتاج أن  $\theta = \frac{\pi}{8}$
- (ب) استنتاج مما سبق  $\cos \frac{\pi}{8}$  ;  $\sin \frac{\pi}{8}$