

Pour bien s'entraîner  
cliquer sur la photo :



- I. الشكل الجبري - المثلي - الأسّي
- II. عمدة عدد عقدي
- III. مفاهيم هندسية و صيغتها العقدية
- IV. المثلاث - الرباعيات
- V. الإزاحة - التحاكي - الدوران
- VI. صيغتا أولير

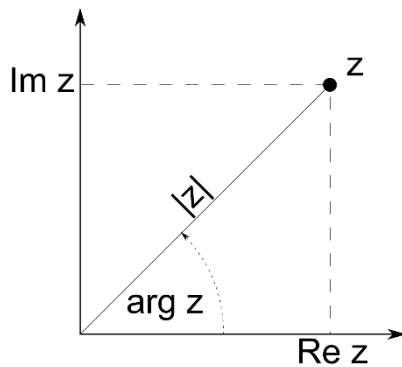
المجزوءة :

- A. دراسة الدوال العددية
- B. المتتاليات العددية
- C. حساب التكامل
- D. الأعداد العقدية

### 1. الشكل الجبري , الشكل المثلي و الشكل الأسّي لعدد عقدي

الشكل الجبري	الشكل المثلي	الشكل الأسّي
$z = a + ib$ مع $i^2 = -1$ ← الجزء الحقيقي $a = \Re(z)$ ← الجزء التخيلي $b = \Im(z)$ ← مرافق $z$ هو: $\bar{z} = a - ib$	$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ← معيار $z$ هو: $r =  z  = \sqrt{a^2 + b^2}$ ← عمدة $z$ هو: $\arg(z) \equiv \theta [2\pi]$	$z = r e^{i\theta}$ حيث: $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$
خصائصه		
$z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$ ← $ z  =  \bar{z} $ ← $ z \times z'  =  z  \times  z' $ ← $\left  \frac{z}{z'} \right  = \frac{ z }{ z' }$ ←	$\arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z')$ ← $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$ ← $\arg(z^n) = n \cdot \arg(z)$ ← $\arg(z) = -\arg(\bar{z})$ ←	$e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$ , $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$ ← $z \cdot z' = r \cdot r' e^{i(\theta+\theta')}$ ← $\frac{z}{z'} = \frac{r}{r'} e^{i(\theta-\theta')}$ ← $z^n = r^n e^{in\theta}$ ←

رسم توضيحي لتمثيل عدد عقدي مبيانيا



← إحداثيات النقطة التي تمثل العدد العقدي تسمى لحق العدد العقدي  
 # أفصول النقطة يمثله الجزء الحقيقي  
 # أرثوب النقطة يمثله الجزء التخيلي

← المسافة بين أصل المعلم و النقطة تسمى معيار العدد العقدي  
 ← الزاوية بين محور الأفاصيل و نصف مستقيم المكون من أصل المعلم و العدد العقدي تسمى عمدة العدد العقدي

## 2. عمدة عدد عقدي

## عمدة عدد عقدي

خصائص  
العمدة

$$z = \frac{z_1}{z_2} \text{ أو } z = z_1 \times z_2$$

$$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$$

$$\arg(z \cdot z') = \arg(z) + \arg(z')$$

## الشكل المثلثي

$$z = a + ib$$

نحدد الشكل المثلثي :

1. تحديد المعيار

2. التعميل بالمعيار

3. تحديد  $\cos \theta$  و  $\sin \theta$

4. التحقق من العلاقة

## مباشرة

$$z = a \text{ أو } z = ib$$

$$z = a$$

$$\arg(z) = 0 [2\pi] \quad a > 0 \leftarrow$$

$$\arg(z) = \pi [2\pi] \quad a < 0 \leftarrow$$

$$z = ib$$

$$\arg(z) = \frac{\pi}{2} [2\pi] \quad b > 0 \leftarrow$$

$$\arg(z) = \frac{-\pi}{2} [2\pi] \quad b < 0 \leftarrow$$

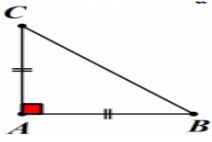
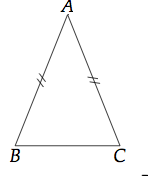
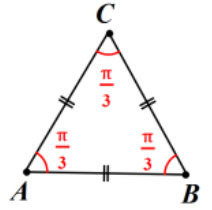
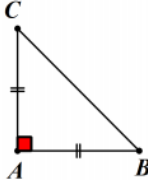
## 3. مفاهيم هندسية وصيغتها العقدية

العلاقة العقدية	المفهوم الهندسي
$AB =  b - a $	المسافة $AB$
$\overrightarrow{AB} = b - a$	المتجهة $\overrightarrow{AB}$
$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right) [2\pi]$	قياس الزاوية $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
$\frac{c-a}{b-a} = k \quad / k \in \mathbb{R}$ $\Leftrightarrow c - a = k(b - a)$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = k \overrightarrow{AB}$	$A$ و $B$ و $C$ نقط مستقيمية
$z_I = \frac{a+b}{2}$	$I$ منتصف القطعة $[AB]$

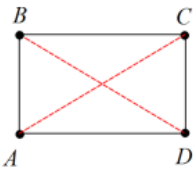
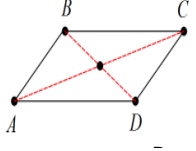
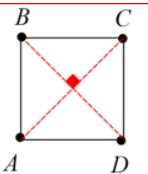
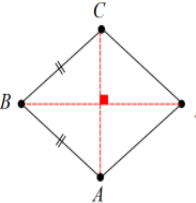
العلاقة العقدية	المفهوم الهندسي
$ z - a  = r$ $r > 0$	$AM = r$ مجموعة النقط $M(z)$ عبارة عن دائرة مركزها $A$ و شعاعها $r$
$ z - a  =  z - b $	$AM = BM$ مجموعة النقط $M(z)$ عبارة عن واسط القطعة $[AB]$

## 4. المثلثات - الرباعيات

## 1. المثلثات

	$ABC$ مثلث قائم الزاوية في $A$ إذا تحقق ما يلي: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$		$ABC$ مثلث متساوي الساقين في $A$ إذا تحقق ما يلي: $AB = AC \leftarrow$
	$ABC$ مثلث متساوي الأضلاع إذا تحقق ما يلي: $AB = AC \leftarrow$ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pm \frac{\pi}{3} [2\pi] \leftarrow$		$ABC$ مثلث قائم الزاوية و متساوي الساقين في $A$ إذا تحقق ما يلي: $AB = AC \leftarrow$ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$

## 2. متوازي الأضلاع - مستطيل - معين - مربع

	$ABCD$ مستطيل إذا تحقق ما يلي: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ أي $b - a = c - d$ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$		$ABCD$ متوازي الأضلاع تحقق ما يلي: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ أي $b - a = c - d$
	$ABCD$ مربع إذا تحقق ما يلي: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ $AB = AC \leftarrow$ $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi] \leftarrow$		$ABCD$ معين إذا تحقق ما يلي: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \leftarrow$ أي $b - a = c - d$ $AB = AC \leftarrow$

## 5 التحويلات الاعتيادية

العلاقة	ما يجب معرفته	التحويل الاعتيادي
$t(M) = M'$ $\Leftrightarrow \overline{MM'} = \vec{u}$ $\Leftrightarrow z' - z = a$ $\Leftrightarrow z' = z + a$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• صورة <math>M'(z')</math> صورة <math>M(z)</math></li> <li>• متجهة الازاحة التي لحقها <math>a</math></li> </ul>	الازاحة
$h(M) = M'$ $\Leftrightarrow \overline{\Omega M'} = k \overline{\Omega M}$ $\Leftrightarrow z' - \omega = k(z - \omega)$ $\Leftrightarrow z' = k(z - \omega) + \omega$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• صورة <math>M'(z')</math> صورة <math>M(z)</math></li> <li>• مركز التحاكي <math>h</math> الذي لحقه <math>\omega</math></li> <li>• نسبة التحاكي <math>k</math></li> </ul>	التحاكي
$R(M) = M'$ $\Leftrightarrow z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$ $\Leftrightarrow z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• صورة <math>M'(z')</math> صورة <math>M(z)</math></li> <li>• مركز الدوران <math>R</math> الذي لحقه <math>\omega</math></li> <li>• نسبة الدوران <math>\theta</math></li> </ul>	الدوران

## 6. صيغتا أولير و موافر

علاقة موافر	صيغتا أولير
$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$	$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$