ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

درس الاشتقاق:

• نقول إن الدالة f قابلة للاشتقاق في x_0, إذا وجد عدد حقيقي l بحيث

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l=f'(x_0)$$

• معادلة المماس (T) لمنحنى الدالة f في النقطة $A(x_0;f(x_0))$

هي: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

• تكون دالة قابلة للاشتقاق في x_0 إذا كانت :

o قابلة للاشتقاق على اليمين في x_0

o قابلة للاشتقاق على اليسار في x_0

o $f'_g(x_0)=f'_d(x_0)$

ملاحظة 2: إذا أردنا دراسة اشتقاق دالة على يمين أو يسار نقطة ووجدنا

مثلا : $\lim_{x\to x_0^{\pm}}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\pm\infty$

فإننا نقول إن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على يمين x_0

ومبيانيا منحنى الدالة f يقبل نصف مماس في النقطة $A(x_0;f(x_0))$

يوازي محور الأراتيب موجه نحو الأعلى أو الأسفل حسب إشارة $\pm\otimes\mp$

1)اذا كانت f قابلة للاشتقاق على اليمين وعلى اليسار عند x_0

ولكن : $f'_d(x_0)\neq f'_g(x_0)$ فإن: f غير قابلة للاشتقاق عند x_0

مبيانيا نقول ان : (C) يقبل نصف مماس على اليمين واليسار عند x_0.

$(\Delta_d): y=f(x_0)+f'_d(x_0)(x-x_0)$ معادلة نصف المماس على اليمين و $(\Delta_g): y=f'_g(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

معادلة نصف المماس على اليسار

و النقطة : $A(x_0;f(x_0))$ تسمى نقطة مزواة

خاصية: إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق في نقطة x_0 فإنها متصلة في x_0.

خاصية: لتكن f و g دالتين معرفتين على التوالي على مجالين I و J بحيث: $f(I)\subset J$, و x_0 عنصر من I.

▪ إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق في x_0, و g قابلة للاشتقاق في $f(x_0)$, فان الدالة gof قابلة للاشتقاق في x_0

و لدينا: $(gof)'(x_0)=g'(f(x_0))\times f'(x_0)$.

▪ إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على المجال I, و g قابلة للاشتقاق على المجال $f(I)$, فان الدالة gof قابلة للاشتقاق على المجال I

و لدينا: $(\forall x\in I);(gof)'(x)=(g'of)(x)\times f'(x)$

خاصية. لتكن f دالة عددية قابلة للاشتقاق على مجال I

• f تزايدية على مجال I يعني $\forall x\in I\quad f'(x)\geq 0$

• f تناقصية على مجال I يعني $\forall x\in I\quad f'(x)\leq 0$

• f ثابتة على مجال I يعني $\forall x\in I\quad f'(x)=0$

متطابقات هامة :

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ و $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ و $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$$(gof)'(x_0)=g'(f(x_0))\times f'(x_0)$$

$$(f^{-1})'(f(x_0))=\frac{1}{f'(x_0)}$$

$$(\forall y\in f(I));(f^{-1})'(y)=\frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

الدالة f	الدالة f'	الدالة f	الدالة f'	الدالة f	الدالة f'
$a;(a\in\mathbb{R})$	0	$ax+b$	a	$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
x	1	e^x	e^x	$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$x^n;n\in\mathbb{N}^*-\{1\}$	nx^{n-1}	e^u	$u'e^u$	$u+v$	$u'+v'$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	a^x	$(\ln a)a^x$	$u\times v$	$u'\times v+u\times v'$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt[n]{x}$	$\frac{1}{n(\sqrt[n]{x})^{n-1}}$	$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\sin x$	$\cos x$	$\sqrt[n]{u(x)}$	$\frac{u'(x)}{n(\sqrt[n]{u(x)})^{n-1}}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'\times v-u\times v'}{v^2}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\ln x$	$(\ln')(x)=\frac{1}{x}$	u^n	$nu^{n-1}\times u'$
$\tan x$	$+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$\ln\lvert u(x)\rvert$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$