

Résumé de Cours **CALCUL TRIGONOMETRIQUE**

PROF: ATMANI NAJIB

1 et 2 BAC

**1) Formules de transformations :**

$$\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y \quad (1)$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y \quad (2)$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y \quad (3)$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y \quad (4)$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} \quad \text{et} \quad \tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

$$\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1 \quad \text{et} \quad \cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 \quad \cos x = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\sin x = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \quad \text{et} \quad \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

**2) Les valeurs trigonométrique en fonction**

**de :  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$  :** Si  $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$  on a :

$$1) \cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad 2) \sin x = \frac{2t}{1 + t^2} \quad 3) \tan x = \frac{2t}{1 - t^2}$$

**3) Transformations des sommes en produits**

Pour tous réels  $p, q$ , on a :

$$\sin p + \sin q = 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos p - \cos q = -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

**4) Transformations des produits en sommes.**

Pour tous réels  $x, y$  on a :

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

**La linéarisation** d'une expression c'est de l'écrire sous la forme d'une somme.

**5) LES EQUATIONS TRIGONOMETRIQUES.**

$k \in \mathbb{Z}$

$$a) \cos x = \cos x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = -x_0 + 2k\pi$$

$$b) \sin x = \sin x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + 2k\pi \quad \text{ou} \quad x = \pi - x_0 + 2k\pi$$

$$c) \tan x = \tan x_0 \Leftrightarrow x = x_0 + k\pi$$

**2) 'équation : (E):  $a \cos x + b \sin x + c = 0$**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls on a :

Pour tout réel  $x$  :

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos x + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin x \right)$$

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} (\cos \varphi \cos x + \sin \varphi \sin x)$$

où le réel  $\varphi$  est déterminé par :

$$\cos \varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{et} \quad \sin \varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \varphi)$$

**6) Les limites trigonométriques**

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = 1$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{ax} = 1 \quad e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

**7) autre propriétés trigonométriques**

Pour tout nombre réel  $x$ , on a :

$$1) -1 \leq \cos x \leq 1 \quad 2) -1 \leq \sin x \leq 1$$

$$3) \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad 4) \cos x = \cos(x + 2k\pi) \quad \text{où} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$5) \sin x = \sin(x + 2k\pi) \quad 6) \tan(x + k\pi) = \tan x \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$7) 1 + (\tan x)^2 = \frac{1}{(\cos x)^2} \quad 8) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$9) \cos(-x) = \cos x \quad \text{et} \quad \sin(-x) = -\sin x$$

$$10) \cos(\pi + x) = -\cos x \quad \text{et} \quad \sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$11) \cos(\pi - x) = -\cos x \quad \text{et} \quad \sin(\pi - x) = \sin x$$

$$12) \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

$$13) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad \text{et} \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$14) \tan(\pi - x) = -\tan x \quad \text{et} \quad \tan(\pi + x) = \tan x$$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices*

*Que l'on devient un mathématicien*

