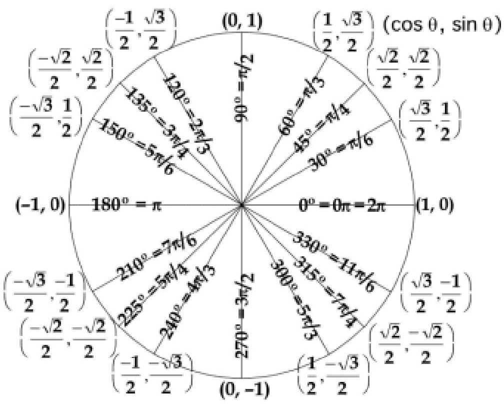
Calcul trigonométrique (Rappel)

Prof. Smail BOUGUERCH

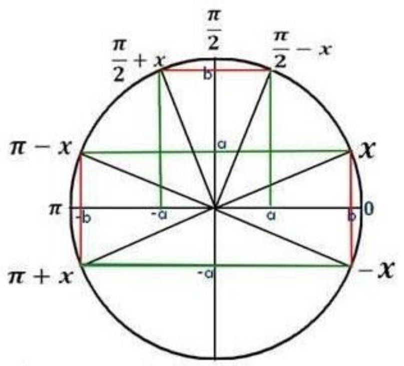
Tableau des valeurs habituelles et le cercle trigonométrique:

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	



Relations entre les Ratios trigonométriques:

	$-x$	$\pi-x$	$\pi+x$	$\frac{\pi}{2}-x$	$\frac{\pi}{2}+x$
sin	$-\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\cos x$	$\cos x$
cos	$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\sin x$	$-\sin x$



$\cos(x+2k\pi)=\cos x$ $\sin(x+2k\pi)=\sin x$ $\tan(x+k\pi)=\tan x$	$\tan x=\frac{\sin x}{\cos x}$ $1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$	$-1\leq\cos x\leq 1$ $-1\leq\sin x\leq 1$ $\cos^2 x+\sin^2 x=1$

Equations trigonométriques essentielles:

$\cos x=\cos a \Leftrightarrow x=a+2k\pi$ ou $x=-a+2k\pi$

$\sin x=\sin a \Leftrightarrow x=-a+2k\pi$ ou $x=(\pi-a)+2k\pi$

$\tan x=\tan a \Leftrightarrow x=a+k\pi$; $(k\in\mathbb{Z})$

Formules d'addition (soustraction):

$\cos(a-b)=\cos a\times\cos b+\sin a\times\sin b$	$\cos(a+b)=\cos a\times\cos b-\sin a\times\sin b$
$\sin(a-b)=\sin a\times\cos b-\cos a\times\sin b$	$\sin(a+b)=\sin a\times\cos b+\cos a\times\sin b$
$\tan(a-b)=\dfrac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\times\tan b}$	$\tan(a+b)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\times\tan b}$

Résultats:

En posant : $t=\tan\dfrac{a}{2}$

$$\sin a=\frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos a=\frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\tan a=\frac{2t}{1-t^2}$$

$$\sin 2a=2\sin a\times\cos a$$

$$\tan 2a=\frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$$

$$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a=\frac{1-\tan^2 a}{1+\tan^2 a}$$

Linéarisation (Formules de CARNOT)

$$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$$

$$\cos^2 a=\frac{1+\cos 2a}{2}$$

$$\tan^2 a=\frac{1-\cos 2a}{1+\cos 2a}$$

Formules produit-somme:

$$\cos a\times\cos b=\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a\times\sin b=\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a\times\cos b=\frac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$$

$$\cos a\times\sin b=\frac{1}{2}\left[\sin(a+b)-\sin(a-b)\right]$$

Formules somme-produit (formules de SIMPSON)**:**

$$\cos p+\cos q=2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$$

$$\cos p-\cos q=-2\sin(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})$$

$$\sin p+\sin q=2\sin(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$$

$$\sin p-\sin q=2\cos(\frac{p+q}{2})\sin(\frac{p-q}{2})$$

$$\tan p+\tan q=\frac{\sin(p+q)}{\cos p\times\cos q}$$

$$\tan p-\tan q=\frac{\sin(p-q)}{\cos p\times\cos q}$$

Conversion de la formule $a\cos x+b\sin x$; $(a;b)\neq(0;0)$**:**

$$a\cos x+b\sin x=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x\right)$$

$$=\sqrt{a^2+b^2}\cos\left(x-\alpha\right)$$

Avec α un réel vérifiant : $\sin\left(\alpha\right)=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ et $\cos\left(\alpha\right)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$