Prof : IDRISSI Abdessamad	Les nombres complexes ($1^{ère}$ partie) (série n°1)	$2^{ème}$ Année Bac Sc-Ex

Exercice 1 :

Ecrire les nombres complexes sous forme algébrique :

① - $z_1=\dfrac{1}{2-3i}$;; ② - $z_2=\dfrac{1-i}{3+i}$;; ③ - $z_3=\dfrac{2i}{1-2i}+\dfrac{(1+i)^2}{i}$

④ - $z_4=(3+i)(1-5i)$;; ⑤ - $z_5=\dfrac{3-6i}{3+i}+\dfrac{4}{3-i}$;; ⑥ - $z_6=\left(\dfrac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\dfrac{1+3i}{3+2i}\right)$.

Exercice 2 :

Donner une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

① - $z_1=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$;; ② - $z_2=\sqrt{6}-\sqrt{2}i$;; ③ - $z_3=-\dfrac{1}{2\sqrt{3}}-\dfrac{1}{2}i$.

④ - $z_4=(1-i)\left(-\sqrt{3}+i\right)$;; ⑤ - $z_5=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$;; ⑥ - $z_6=(1+i)^5$.

Exercice 3 :

Soit θ un réel de l'intervalle $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$. Donner une forme trigonométrique de chacun des nombres complexes suivants :

$z_1=\sin\theta+i\cos\theta$;; $z_2=-\sin\theta+i\cos\theta$;; $z_3=-\sin\theta-i\cos\theta$.

$z_4=1+i\tan\theta$;; $z_5=1+\cos\theta+i\sin\theta$;; $z_6=\dfrac{1+i\tan\theta}{1-i\tan\theta}$.

Exercice 4 :

Soit z un nombre complexe tel que : $z\neq1$.

On pose : $Z=\dfrac{z-2i}{z-1}$, avec $(x,y)\in\mathbb{R}^2$: $z=x+iy$

① - Déterminer : $\mathrm{Re}(Z)$ et $\mathrm{Im}(Z)$ en fonction de x et y.

②- Déterminer l'ensemble (D) des points $M(z)$ tels que Z est un réel .

③- Déterminer l'ensemble (ζ) des points $M(z)$ tels que Z est un imaginaire pur .

Exercice 5 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A ,B et C d'affixes respectives: $z_A=2-2i\sqrt{3}$, $z_B=2+2i\sqrt{3}$ et $z_C=8$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes z_A , z_B et z_C .

②- Placer les points A ,B et C sur le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

③- On pose : $Z=\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$.

a - Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.

b - En déduire la nature du triangle ABC.

Exercice 6 :

On pose : $z_1 = 1+i$, $z_2 = \sqrt{3}+i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

① - Donner une forme trigonométrique des nombres complexes z_1 , z_2 et z_3.

②- Déduire : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

③- On pose : $z_4 = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$.

Montrer que : $\left(\frac{z_4}{4}\right)^{2016} \in \mathbb{R}$.

Exercice 7 :

On considère dans le plan complexe les points A ,B et C d'affixes respectives :
$z_A = -\sqrt{2}$, $z_B = 1+i$ et $z_C = 1-i$.

① - Placer les points A ,B et C sur un repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

②- a - Déterminer le module et l'argument $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$.

b - Déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right)$.

③- a - Déterminer la forme algébrique puis une forme trigonométrique du quotient : $\frac{z_A - z_B}{z_A}$

b - Déduire : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

Exercice 8 :

On considère dans le plan complexe les points A ,B d'affixes respectives :
$z_A = i$, $z_B = \frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ et le point C d'affixe z_C tel que C le symétrique du point B par rapport à l'axe des réels .

① - Placer les points A ,B et C sur un repère $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

②- Déterminer le module et l'argument $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$.

③- Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $\left|\frac{z - z_A}{z - z_B}\right| = 1$.

④- On pose : $Z = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

Déterminer $|Z|$ et $\arg(Z)$.