Table des matières

01

Dans l'espace $(\mathscr{E})$ est rapporté au repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ on considère :

- Les deux points $A(3,4,2)$ et $B(2,2,4)$ et $C(2,4,0)$ et $\Omega(2,2,-2)$.

01. ..

a. Déterminer les cordonnés du vecteur : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$. Est-ce que les points A et B et C sont alignés .

b. Donner une équation cartésienne du plan (ABC) .

c. Donner une équation cartésienne du plan (Q) passant par Ω et parallèle au plan (ABC) .

d. Calculer : la surface du triangle ABC.

02. On considère la droite (D) dont un système d'équations est $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{1-y}{2}=-5-z$.

a. Montrer que la droite (D) est orthogonale au plan (ABC) .

b. Déterminer les cordonnés du point H intersection de (D) et (ABC) .

03. ..

a. Calculer la distance du point Ω à la droite (D) .

b. Déterminer l'équation cartésienne du sphère (S) de centre Ω et la droite (D) est tangente au sphère (S) .

c. Déterminer les cordonnés du point K le point de de la tangente de (D) et le sphère (S) .

04. ..

a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale au plan (ABC) .

b. Calculer la distance d du point Ω au plan (ABC) .

c. En déduit que le plan (ABC) coupe le sphère suivant un cercle (Γ) .

d. Déterminer R_Γ le rayon de (Γ) . Puis les cordonnés du point I_Γ centre de (Γ) .

e. Déterminer la nature de l'intersection de (S) et (Q) et on détermine les éléments caractéristiques de l'intersection .

02

01. ..

a. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation $z^2+6z+12=0$.
b. Résoudre l'équation differentielle suivante : $y''+6y'+12y=0$.

02. On considère le polynome suivant : $P(z)=z^3+4z^2-24$ dont z est un complexe .

a. Calculer : $P(2)$.

b. Déterminer a et b de $\mathbb{R}$ tel que pour tout z de $\mathbb{C}$ on a : $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$.

c. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $P(z)=0$.

03. Dans le plan complexe (P) rapporté a un repére orthonormé direct $(0,\vec{u},\vec{v})$; unité de mesure est 2 cm ; on considère les points A et B et C et leurs affixes respectivement $a=-3+i\sqrt{3}$ et $b=-3-i\sqrt{3}$ et $c=i2\sqrt{3}$.

a. Déterminer les valeurs de n $\mathbb{N}$ tel que : a^n est un nombrs réel pur .

b. Montrer que : $\frac{b}{a}=e^{i\frac{\pi}{3}}$; puis on déduit la nature du triangle OAB.

04. On considère la translation t qui transforme le point A au point B . Donner l'écriture complexe de la translation t .
a. Déterminer d l'affixe du point D image du point C par la translation t .
b. Soit I le milieu du segment $[BC]$. Montrer que les deux vecteurs $\overrightarrow{IA}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont orthogonaux .

05. On considère dans le plan complexe (P) la transformation h qui transforme tout point M d'affixe z au point M' d'affixe z' tel que : $z'=2z-3i$.

a. Montrer que h est une homothétie et on détermine l'affixe de son centre Ω et son rapport k .
b. Déterminer (C') l'image du cercle (C) de centre A et de rayon 3 par l'homothétie h .

03

Un amateur de la chasse utilise deux catégories de cartouches un on le désigne par A et l'autre par B .

- Probabilité tel que le chasseur atteint son but en utilisant cartouche A est $\frac{8}{10}$.
- Probabilité tel que le chasseur atteint son but en utilisant cartouche B est $\frac{6}{10}$.

1ière expérience :
- Le chasseur utilise deux cartouches de catégorie A l'une après l'autre cartouche pour atteint son but .
- On considère la variable aléatoire X définie par « le nombre de fois le chasseur atteint son but en utilisant les deux cartouches l'une après l'autre ».

01. Donner l'ensemble $X(\Omega)$ (ensemble des valeurs de X) .

02. Montrer que : $p(X=1)=\frac{8}{25}$.

03. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

04. Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

2ième expérience :

- Le chasseur utilise un cartouches de catégorie A puis une cartouche de catégorie B pour atteint son but .
- On considère les deux événements suivants :
  - C « Le chasseur atteint son but en utilisant A et aussi par B »
  - D « Le chasseur atteint son but au moins une fois en utilisant A puis B »

01. Calculer : $p(C)$ et $p(D)$.

3ième expérience :

- Le chasseur possède un sac qui contient 3 cartouches de la catégorie A et 4 cartouches de la catégorie B tel que les cartouches sont indiscernables au touche .
- Le chasseur tire du sac simultanément deux cartouches puis il utilise les deux cartouches sans intervenue l'ordre pendant l'utilisation des deux cartouches .

01. Calculer la probabilité de l'événement E « Le chasseur tire deux cartouches du catégorie A » .

02. Calculer la probabilité de l'événement F « Le chasseur tire deux cartouches de catégorie différents »

03. Montrer que la probabilité de de l'événement G « Le chasseur atteint son but deux fois » est $p(G)=\frac{328}{700}$.

4ième expérience :

01. Le chasseur répète la troisième expérience (3ième expérience) quatre fois tel que chaque fois le chasseur remet les deux cartouches tirées au sac avant de répéter l'expérience une autre fois .

- On considère la variable aléatoire Y définie par « le nombre de fois l'événement F est réalisé lorsqu'on répète l'expérience précédent quatre fois »
  - a. Comment on appelle la variable aléatoire Y et on précise ses paramètres .
  - b. Donner l'ensemble $Y(\Omega)$ (ensemble des valeurs de Y) .
  - c. Donner $p(Y=k)$ avec $k\in X(\Omega)$.
  - d. Calculer : l'espérance mathématique $E(Y)$; la variance $V(Y)$ et l'écart-type $\sigma(Y)$.

04

1ère PARTIE :

On considère l'équation différentielle suivante : (E) : $y'-2y=2(e^{2x}-1)$ tel que la fonction y définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

01. Montrer que la fonction : $h(x)=2xe^{2x}+1$ est solution de l'équation (E) .

02. On pose : $y=z+h$ tel que Z est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$.

- a. Montrer que : si y est solution de l'équation (E) alors z est solution de l'équation $z'-2z=0$.
- b. Montrer que : si z est solution de l'équation $z'-2z=0$ alors y est solution de l'équation (E) .
- c. Ecrire l'équivalence obtenue .
- d. Résoudre l'équation : (E') : $z'-2z=0$ puis déduis les solutions de l'équation (E) .

e. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie $f(0)=0$.

2ième PARTIE

- Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=1+(2x-1)e^{2x}$.
- (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ unité de mesure 3 cm. (sur l'annexe 2 voir page 4)

01. ..

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $1-f(x)\geq 0$.

b. Calculer : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$; donner une interprétation géométrique des résultats obtenus .

c. Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$; donner une interprétation géométrique du résultat obtenu .

02. ..

a. Calculer la fonction dérivée de f et vérifie que $f'(x)=4xe^{2x}$.

b. Donner le signe de f' puis donner le tableau de variation de f .

c. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) de f au point d'abscisse $x_0=0$.

03. ..

a. Vérifier que la fonction dérivée seconde de f est : $f''(x)=4(2x+1)e^{2x}$.

b. Etudier le signe f'' puis donner la concavité de (C_f) et précisé les points d'inflexions de la courbe (C_f) .

04. Le tableau ci-contre donner le signe de $f(x)-x$ sur $\mathbb{R}$ tel que : $0,32<\alpha<0,33$.

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f(x)-x$		$+$	0	$-$	0	$+$	

a. Construire la courbe (C_f) de f et la droite (Δ) d'équation $y=x$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ unité de mesure 1 cm . (la construction sera sur l'annexe 1 voir page 4) .

05. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=[0,+\infty[$.

a. Montrer que la restriction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur l'intervalle J on le détermine .

b. Construire la courbe $(C_{g^{-1}})$ de la fonction réciproque g^{-1} dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

c. Calculer $g(\alpha)$; puis montrer que g^{-1} est dérivable en α et calculer $(g^{-1})'(\alpha)$.

06. ..

a. On utilise une intégration par parie montrer que : $\int_{-1}^{0}(2x-1)e^{2x}dx=-1+\dfrac{2}{e^2}$.

b. Colorer en vert la partie du plan comprise entre la courbe (C_f) et la droite (D) d'équation $y=1$ et les deux droites d'équations $x=-1$ et $x=0$ puis calculer en cm^2 l'aire (la surface) .

07. L'éspace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1cm$.

a. Soit la fonction $F(x) = \dfrac{8x^2 - 12x + 5}{8}e^{4x}$ vérifie que : $F'(x) = (2x-1)^2 e^{4x}$.

b. Calculer en cm^3 le volume V du solide obtenue par la rotation de la courbe (C_f) au tour de l'axe des abscisses sur l'intervalle $[-1,0]$.

3 ième PARTIE :

01. On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{4} \\ u_{n+1} = (2u_n - 1)e^{2u_n} + 1 \ ; \ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

a. Ecrire la suite (u_n) en fonction de la fonction f .

b.

c. Montrer que $f([0,\alpha]) \subset [0,\alpha]$.

d. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ 0 \le u_n \le \alpha$.

e. Montrer que la suite (u_n) est décroissante .

f. On déduit que (u_n) est une suite convergente .

g. Déterminer la limite de la suite (u_n).