

الصفحة 1 4	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية - خيار فرنسية الدورة الاستدراكية 2017 - الموضوع -</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>
★★	RS 22F	

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Suites numériques	2.5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8.5 points

Exercice 1 (3 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

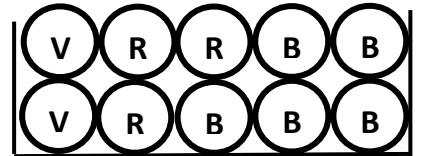
On considère la sphère (S) d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$ et le plan (P) d'équation $y - z = 0$

- 0.5 1) a) Montrer que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(1, 1, 1)$ et pour rayon 2
- 0.5 b) Calculer $d(\Omega, (P))$ et en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C)
- 0.5 c) Déterminer le centre et le rayon du cercle (C)
- 2) Soit (Δ) la droite passant par le point $A(1, -2, 2)$ et orthogonale au plan (P)
- 0.25 a) Montrer que $\vec{u}(0, 1, -1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ)
- 0.75 b) Montrer que $\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$ et en déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points.
- 0.5 c) Déterminer les coordonnées de chaque point d'intersection de la droite (Δ) et de la sphère (S)

Exercice 2 (3 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher :
Cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules vertes (Voir figure ci-contre)

On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.



- 1.5 1) Soit A l'événement : " Parmi les quatre boules tirées, une seule boule est verte " et B l'événement : " Parmi les quatre boules tirées, il y a exactement trois boules de même couleur ".
- Montrer que $p(A) = \frac{8}{15}$ et que $p(B) = \frac{19}{70}$
- 2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.
- 0.5 a) Montrer que $p(X = 2) = \frac{2}{15}$
- 1 b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et montrer que l'espérance mathématique $E(X)$ est égale à $\frac{4}{5}$

Exercice 3 (3 points)

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes \mathbb{C} l'équation : $z^2 + 4z + 8 = 0$
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A , B et C d'affixes respectives a , b et c telles que $a = -2 + 2i$, $b = 4 - 4i$ et $c = 4 + 8i$
- 0.5 a) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' , image de M par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$
- Montrer que $z' = -iz - 4$
- 0.75 b) Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle ABC
- 3) Soit ω l'affixe du point Ω , milieu du segment $[BC]$
- 0.5 a) Montrer que $|c - \omega| = 6$
- 0.5 b) Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - \omega| = 6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC

Exercice 4 (2.5 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 17 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12 \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

- 0.5 1) a) Montrer par récurrence que $u_n > 16$ pour tout entier naturel n
- 0.5 b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire que la suite (u_n) est convergente.
- 2) Soit (v_n) la suite numérique telle que $v_n = u_n - 16$ pour tout entier naturel n
- 0.5 a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique.
- 0.5 b) En déduire que $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ pour tout entier naturel n , puis déterminer la limite de la suite (u_n)
- 0.5 c) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $u_n < 16,0001$

Problème (8.5 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

0.25

1) Vérifier que $g(0) = 0$

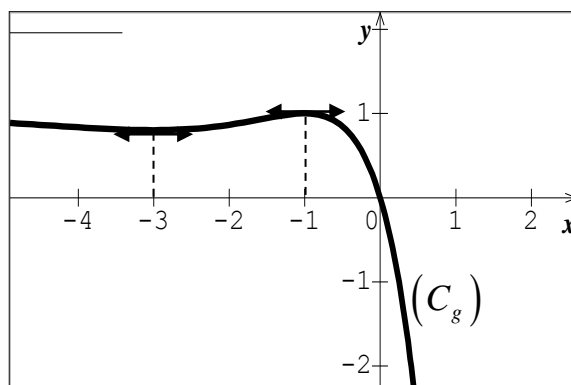
1

2) A partir de la courbe représentative (C_g) de la fonction g (voir figure ci-contre)

Montrer que :

$$g(x) \geq 0 \text{ pour tout } x \text{ appartenant à }]-\infty, 0[$$

et que $g(x) \leq 0$ pour tout x appartenant à $[0, +\infty[$



II- On considère la fonction numérique f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x + 1 - (x^2 + 1)e^x$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 2 cm)

0.75

1) a) Vérifier que $f(x) = x + 1 - 4 \left(\frac{x}{2} e^{\frac{x}{2}} \right)^2 - e^x$ pour tout x appartenant à \mathbb{R} puis en déduire

$$\text{que } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

0.5

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$

0.25

c) Montrer que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D)

0.5

2) a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (on pourra écrire $f(x)$ sous la forme $x \left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x} \right) e^x \right]$)

0.25

b) Montrer que la courbe (C_f) admet , au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on déterminera la direction.

0.75

3) a) Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout x appartenant à \mathbb{R}

0.75

b) Montrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty, 0[$ et décroissante sur $[0, +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur \mathbb{R}

0.75

c) Montrer que la courbe (C_f) admet deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1

1

4) Construire, dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , la droite (D) et la courbe (C_f)

(On prendra $f(-3) \approx -2,5$ et $f(-1) \approx -0,75$)

0.5

5) a) Vérifier que $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur \mathbb{R}

$$\text{puis montrer que } \int_{-1}^0 xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$$

0.75

b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_{-1}^0 (x^2 + 1)e^x dx = 3 \left(1 - \frac{2}{e} \right)$

0.5

c) Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f) , la droite (D) , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = -1$