

EXERCICE 1 : (5,5 pts)

3 1) Calculer les intégrales suivantes : $I = \int_0^1 (x^2 - x + 1) dx$, $J = \int_0^1 (e^x + e^{2x}) dx$

$$K = \int_0^{\pi} \cos(2x) dx$$

1,5 2)a) Résoudre l'équation différentielle (E) suivante : (E) : $y'' + y' - 2y = 0$

1 b) Déterminer la solution f de l'équation (E) qui vérifie $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$

EXERCICE 2 : (6,5 pts)

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules rouges et 2 boules noires (indiscernables au Toucher) , on tire au hasard et simultanément 4 boules de l'urne

- 3 1) On considère les deux événements suivants : A " Obtenir une boule rouge exactement "
 B " Obtenir au moins une boule blanche "

Montrer que : $p(A) = \frac{1}{2}$ et $p(B) = \frac{41}{42}$

2) On considère la variable aléatoire X qui relie chaque tirage par le nombre de boules rouges tirées

0,5 a) Vérifier que l'ensemble des valeurs de X est : $X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$

2 b) Déterminer la loi de probabilité de X

1 c) Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X

EXERCICE 3 : (3,5 pts)

On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points :

$$A(1, 2, -2) \text{ et } B(0, 3, -3) \text{ et } C(1, 1, -2) \text{ et le plan } (P) \text{ d'équation : } x + y - 3 = 0$$

1 1)a) Calculer la distance du point $\Omega(0, 1, -1)$ au plan (P)

0,5 b) Dédire que l'équation cartésienne de la sphère (S) de centre Ω et tangente au plan (P) est :

$$(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$$

- 0,5 2) a) Déterminer $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$
- 0,5 b) Montrer que : $x - z - 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
- 0,5 3)a) Vérifier que la sphère (S) est tangente au plan (ABC)
- 0,5 b) Calculer ΩC et déduire le point de contact de la sphère (S) et le plan (ABC)

EXERCICE 4 : (4,5 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(x) - \frac{\ln(x)}{x}$$

Et soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1cm)

- 0,5 1)a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ et interpréter géométriquement le résultat
- 0,75 b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ et interpréter géométriquement le résultat
- 0,5 2) a) Montrer que $(\forall x \in]0, +\infty[) f'(x) = \frac{x - 1 + \ln(x)}{x^2}$
- 0,5 b) Déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $]0, 1]$
- 0,5 c) Donner le tableau de variation de f
- 0,5 3) Tracer la courbe (C) dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j})
- 0,5 4)a) Montrer que $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$
- 0,5 b) On utilisant une intégration par partie montrer que $\int_1^e \ln(x) dx = 1$
- 0,25 c) Déduire l'aire du domaine délimité par la courbe (C) et l'axe des abscisses et les droites $x = 1$ et $x = e$