Nisse Groupe scolaire	EXAMEN BLANC N ° 2 DE MATHEMATIQUES	DATE : 20/04/2017
		2 BAC : pc : fr
	$\frac{1}{4}$	Durée : 3H , Coefficient : 7

EXERCICE 1 : ($3\,pts$)

On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ les points $A(3,0,2)$ $B(5,-1,1)$ et $C(0,2,3)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2+y^2+z^2-2x-2z-25=0$

0,5 1) Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1,0,1)$ et que son rayon est $R=3\sqrt{3}$

0,75 2)a) Montrer que : $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$ et que : $x+y+z-5=0$ est une équation cartésienne Du plan (ABC)

1 b) Vérifier que : $d(\Omega,(ABC))=\sqrt{3}$ puis montrer que le plan (ABC) coupe la sphère (S) en un Cercle (Γ) de rayon $r=2\sqrt{6}$

3) Soit (Δ) la droite passant par le point Ω est perpendiculaire au plan (ABC)

0,25 a) Montrer que : $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. est une représentation paramétrique de la droite (Δ)

0,25 b) Montrer que : $H(2,1,2)$ c'est le point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC)

0,25 c) Déduire le centre du cercle (Γ)

EXERCICE 2 : ($3\,pts$)

0,75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexe $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-6z+25=0$

2) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

Les points A et B et C d'affixes respectivement $a=3-4i$ et $b=1-i$ et $c=-1+2i$

0,5 a) Calculer $\dfrac{a-c}{b-c}$ et déduire que les points A , B et C sont alignés

0,5 b) On considère la translation T de vecteur $\vec{u}$ d'affixe : $-5+i$

Vérifier que l'affixe du point D image du pont C par la translation T est $d=-6+3i$

0,75 c) Montrer que : $\dfrac{d-c}{b-c}=-1-i$ et que : $-\dfrac{3\pi}{4}$ c'est l'argument du nombre complexe : $-1-i$

0,5 d) Déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD}}\right)$

EXERCICE 3 ($3pts$)

Une urne contient huit jetons : un jeton porte le nombre : 1 et cinq jetons portent le nombre : 2

Et deux jetons portent le nombre : 3 (les jetons sont indiscernables au toucher)

On tire au hasard et simultanément trois jetons de l'urne

1 1) Soit A l'événement " obtenir trois jetons portant des nombres distincts deux à deux "

Montrer que : $p(A)=\frac{5}{28}$

1 2) Soit B l'événement " les jetons tirés portent des nombres de somme égale à 8 "

Montrer que : $p(B)=\frac{5}{56}$

1 3) Soit C l'événement " Les jeton tirés portent des nombres de somme égale à 7 "

Montrer que : $p(C)=\frac{3}{8}$

EXERCICE 4 : ($3pts$)

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0=4$ et $u_{n+1}=\frac{2u_n+2}{u_n+3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 1) Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N})\quad u_n\succ 1$

2) On pose pour tout n de $\mathbb{N}$ $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+2}$

0,5 a) Vérifier que : $1-v_n=\frac{3}{u_n+2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et déduire que : $1-v_n\succ 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0,5 b) Montrer que : $u_n=\frac{2v_n+1}{1-v_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

1 3)a) Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et déduire v_n en fonction De n

0,5 b) Montrer que : $\lim_{n\to+\infty} v_n=0$ et déduire la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

EXERCICE 5 : ($8pts$)

Partie 1 :

Soit g la fonction numérique de variable x définie sur $]0,+\infty[$ par : $g(x)=2\ln(x)+1+\frac{3}{x^2}$

0,5 1)a) Montrer que : $g'(x)=\frac{2(x^2-3)}{x^3}$ pour tout x de $]0,+\infty[$

0,5 b) Montrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $[\sqrt{3},+\infty[$ et décroissante sur L'intervalle $]0,\sqrt{3}]$

0,5 2)a) Montrer que : $g(\sqrt{3})=2+\ln(3)$ et vérifier que $g(\sqrt{3})\succ 0$

0,25 b) Déduire que : $g(x)\succ 0$ pour tout x de $]0,+\infty[$

Partie 2 :

On considère la fonction f de variable réel x définie sur $]0,+\infty[$ par : $f(x)=(x^2+3)\ln(x)$

Et soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité $3cm$)

0,5 1) a) Calculer $\lim\limits_{x\mapsto 0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat

1 b) Calculer $\lim\limits_{x\mapsto -\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim\limits_{x\mapsto +\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ (on peut écrire $\frac{f(x)}{x}$ sous la forme $\left(\frac{x^2+3}{x}\right)\ln(x)$) et déduire que (C_f) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ A déterminer

1,25 2) Montrer que : $f'(x)=xg(x)$ pour tout x de $]0,+\infty[$ puis déduire que f est strictement Croissante sur $]O,+\infty[$

0,5 3) a) Montrer que : $f''(x)=\frac{2x^2\ln(x)+3(x^2-1)}{x^2}$ pour tout x de $]0,+\infty[$

0,5 b) Etudier le signe de $3(x^2-1)$ et $2x^2\ln(x)$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$ puis déduire l'étude De la concavité de (C_f)

0,25 4) Montrer que : $y=4x-4$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à (C_f) au Point d'abscisse 1

1 5) Tracer la droite (T) et la courbe (C_f) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$

0,5 6) a) Montrer que : u : $x \mapsto \frac{x^3}{3}+3x$ est une fonction primitive de la fonction $x \mapsto x^2+3$ sur $\mathbb{R}$

1 b) En utilisant une intégration par partie montrer que :

$$\int_1^e (x^2+3)\ln(x)\,dx = \frac{2}{9}(14+e^3)$$

0,25 c) Calculer en cm^2 l'aire du domaine délimite par la courbe (C_f) et l'axe des abscisses et les Deux droites d'équations : $x=1$ et $x=e$