

Lycee ANLISSE

D.S.N°1

$\frac{1}{2}$

L.B.A.C.S.P

11

Exercice N°1

Questions indépendantes

(A) Calculer les limites suivantes

6

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{x^2 + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{1+x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x + 1}{x^4 + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^3 + x + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{x - \frac{\pi}{3}} \left( x = x - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$$

4

(B) a - classer suivant l'ordre croissant les nombres suivants:  $\sqrt[3]{2}$ ;  $\sqrt[4]{\sqrt{7}}$ ;  $\sqrt[8]{5}$

1

b Simplifier le nombre A suivant:

$$A = \frac{\sqrt[15]{3^5} \times \sqrt[3]{9} \times \sqrt[5]{9^3}}{\sqrt[5]{3}}$$

(C) Soit f la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2\sqrt{1-x} & ; x < 1 \\ f(x) = \frac{x}{2x-1} & ; x > 1 \\ f(1) = 1 \end{cases}$$

2

a - Etudier la continuité de f sur l'intervalle

$]1, +\infty[$  et sur l'intervalle  $]-\infty, 1[$

1

b - f est-elle continue sur  $\mathbb{R}$ ?

Lycée ANISSÉ	D.S. N° 1	$\frac{2}{2}$	2 B.A.C.S.P
5,5	Exercice N° 2	Soit $h$ la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par: $h(x) = x^5 - 5x + 1$	
1	1° - Montrez que: $(\forall x \in \mathbb{R}) : h'(x) = 5(x^2+1)(x^2-1)$		
1	2° - a - Étudiez le signe de $(x-1)(x+1)$ , puis dresser le tableau de variations de la fonction $h$ .		
1,5	b - Déterminez les images par la fonction $h$ , des intervalles suivants.		
1	$I = [-1, 1]$ , $J = [1, +\infty[$ ; $K = \mathbb{R}$		
1	3° - a - Montrez que l'équation $h(x) = 0$ a une et une seule solution $\alpha$ dans l'intervalle $[0, 1]$ .		
1	b - Donner un encadrement de $\alpha$ d'amplitude $0,25$		
3,5	Exercice N° 3	Soit $f$ la fonction numérique définie sur $I = [0, +\infty[$ par: $f(x) = x + 2\sqrt{x}$	
0,5	1° - Montrez que $f$ est continue sur $I$		
0,75	2° - a - Montrez que $f$ est strictement croissante sur $I$ .		
0,5	b - Déduire que $f$ admet une fonction réciproque $f^{-1}$ définie sur $I$		
0,25	3° - a - vérifiez que $f^{-1}(0) = 0$		
0,75	b - Montrez que: $(\forall x \in I) : f^{-1}(x) = (\sqrt{1+x} - 1)^2$		
0,75	c - Résolvez dans $I$ l'équation: $f^{-1}(x) = f(x)$		