

**TD : Exercices : LA DERIVATION**

PROF: ATMANI NAJIB

2BAC BIOF

**TD : LA DERIVATION**

**Exercice1 :**

1- Montrer en utilisant la définition que la fonction  $f(x) = x^2 + x - 3$  est dérivable en  $a = -2$ .

2) soit  $f$  une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \dots x \geq 1 \\ f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4} \dots x < 1 \end{cases}$$

étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 1$

3) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 + x; x < 0 \\ f(x) = -2x^2 + 3x; x \geq 0 \end{cases}$$

étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 0$

**Exercice 2:** soit  $f$  une fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = (1+x)\sqrt{1-x^2} \dots 0 \leq x \leq 1 \\ f(x) = \sqrt{x^3 - x} \dots x > 1 \end{cases}$$

1) déterminer le domaine de définition de  $f$

2) étudier la dérivabilité de  $f$  à droite en  $x_0 = 0$  et donner une interprétation géométrique du résultat

3) étudier la dérivabilité de  $f$  à droite et à gauche en  $x_0 = 1$  et donner une interprétation géométrique

**Exercice3 :** soit  $f$  une fonction définie par :

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

1) étudier la dérivabilité de  $f$  à droite en  $x_0 = 1$  et donner une interprétation géométrique du résultat

2) étudier la dérivabilité de  $f$  à gauche en

$x_0 = 1$  et donner une interprétation géométrique du résultat

3) étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 1$  et donner une interprétation géométrique du résultat

4) donner l'équation de la demie tangente à droite a la courbe de  $f$  en en  $x_0 = 1$

4) donner l'équation de la demie tangente à gauche a la courbe de  $f$  en en  $x_0 = 1$

**Exercice4 :** Calculer le nombre dérivé de

$f(x) = x^3 + x$  en  $a = 1$  en utilisant la deuxième formulation de la dérivation

**Exercice5 :** donner une approximation de  $\sin 3$

**Exercice6 :** Etudier le domaine de dérivation de  $f$  et déterminer sa fonction dérivée dans les cas suivants :

1)  $f(x) = x^2 + 3x - 1$       2)  $f(x) = 4 \sin x$

3)  $f(x) = x^4 \cos x$       4)  $f(x) = \sqrt{x} + x^3$

5)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$       6)  $f(x) = \frac{6}{4x^2 + 3x - 1}$

7)  $f(x) = \frac{4x-3}{2x-1}$       8)  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

9)  $f(x) = (2x+3)^5$

**Exercice7 :** Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = \sin(2x^2 - 1)$

2)  $f(x) = \cos\left(\frac{1}{x^2 + 2}\right)$

3)  $f(x) = \tan \cos(x)$

**Exercice8 :** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \cos x$$

1) montrer que  $f$  est une bijection de  $[0, \pi]$  vers  $[-1, 1]$

2) calculer :  $(f^{-1})'(0)$

**Exercice9 :** soit  $f$  une fonction définie par :

$$f(x) = x^3 + x^2$$

1- Dresser le tableau de variation de  $f$

2- Montrer que  $f$  est une bijection de  $\mathbb{R}^+$  vers  $\mathbb{R}^+$  et calculer  $f(1)$ .

3- Déterminer  $(f^{-1})'(2)$

**Exercice10 :** Soit la fonction  $g(x) = \cos(2x)$

1- Dresser le tableau de variation de  $g$  dans  $[0, \pi]$

2- Montrer que  $g$  est une bijection de  $]0, \pi/2[$

Vers  $]-1, 1[$ .

3- Vérifier que  $(\forall y \in ]0, \pi/2[)$   $(g'(y) \neq 0)$  et déterminer  $(g^{-1})'(x)$  pour  $x$  dans  $] - 1, 1[$ .

**Exercice 11** : Déterminer les domaines de dérivabilité et les fonctions dérivées des fonctions suivantes : 1)  $f(x) = \sqrt[3]{3x^2 + x - 4}$

2)  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{2x-1}{x^2-x}}$

**Exercice 12** : résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :  $(E_1): \sqrt[3]{3+x} - \sqrt[3]{3-x} = \sqrt[6]{9-x^2}$

$(E_2): 2x\sqrt{x} - 3x\sqrt[4]{\frac{1}{x}} = 20$

**Exercice 13** : Déterminer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$       2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x} - \sqrt[6]{x+1}}$

3)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt[3]{x^2+1}$       4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3+x^2} - x$

**Exercice 14** : soit  $f$  une fonction définie sur

$$I = ]-\pi; \pi[ \text{ par : } \begin{cases} f(x) = 2 \frac{\cos x - 1}{\sin x}; \text{ si } 0 < x < \pi \\ f(x) = \frac{x|x+1|}{x-1}; \text{ si } -\pi < x \leq 0 \end{cases}$$

1) montrer que  $f$  est dérivable en  $x_0 = 0$  et donner l'équation de la tangente à la courbe de  $f$  en  $x_0 = 0$

2) a) étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = -1$   
 b) donner les équations des demi-tangentes à la courbe de  $f$  en  $x_0 = -1$

**Exercice 15** : soit  $f$  une fonction définie par :

$$f(x) = \sqrt{3x-2} \left( \frac{2x+1}{x-1} \right)^3$$

1) déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$   
 2) déterminer le domaine de dérivation de  $f$  et déterminer sa fonction dérivée

**Exercice 16** : en utilisant la dérivée calculer les limites suivantes :

1)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)^{2018} - 1}{x+1}$       2)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin x - 1}{x - \frac{\pi}{6}}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

